

Лінії радіозв'язку та антенні пристрої

Навчальний посібник „Лінії радіозв'язку та антенні пристрої” з навчальної дисципліни „Розповсюдження радіохвиль та антенні пристрої” розроблений у відповідності з робочою навчальною програмою і призначений для курсантів, що навчаються за спеціальністю „Військове управління (за видами збройних сил)” за спеціалізацією „Управління діями підрозділів зв'язку”. Крім цього, він може бути корисним курсантам, студентам та слухачам інституту, що навчаються за іншими спеціальностями.

Навчальна дисципліна „Розповсюдження радіохвиль та антенні пристрої” є зв'язуючою ланкою між фундаментальними і військово-технічними дисциплінами. Її основні положення використовуються при вивченні наступних навчальних дисциплін: „Системи мобільного зв'язку”, „Системи та комплекси військового радіозв'язку”, „Радіорелейні, тропосферні та супутникові системи передачі”.

ЛІНІЇ РАДІОЗВ'ЯЗКУ ТА АНТЕННІ ПРИСТРОЇ



НАВЧАЛЬНИЙ ПОСІБНИК

Видавничий дім
«С К І Ф»
Київ - 2023

УДК 621.396.67(075.8)

Л 59

Лінії радіозв'язку та антенні пристрої: навчальний посібник /
Л 59 М. Д. Ільїнов, Т. Г. Гурський, І. В. Борисов, К. М. Гриценок. — Київ:
Вид. дім «СКІФ», 2023. — 250 с.

ISBN 978-966-370-897-3

Навчальний посібник „Лінії радіозв'язку та антенні пристрої” з навчальної дисципліни „Розповсюдження радіохвиль та антенні пристрої” розроблений у відповідності з робочою навчальною програмою і призначений для курсантів, що навчаються за спеціальністю „Військове управління (за видами збройних сил)” за спеціалізацією „Управління діями підрозділів зв'язку”. Крім цього, він може бути корисним курсантам, студентам та слухачам інституту, що навчаються за іншими спеціальностями.

Навчальна дисципліна „Розповсюдження радіохвиль та антенні пристрої” є зв'язуючою ланкою між фундаментальними і військово-технічними дисциплінами. Її основні положення використовуються при вивченні наступних навчальних дисциплін: „Системи мобільного зв'язку”, „Системи та комплекси військового радіозв'язку”, „Радіорелейні, тропосферні та супутникові системи передачі”.

УДК 621.396.67(075.8)

ISBN 978-966-370-897-3

© М. Д. Ільїнов, Т. Г. Гурський,
І. В. Борисов, К. М. Гриценок, 2018, 2023.

ЗМІСТ

ВСТУП.....	7
РОЗДІЛ I. ОСНОВИ ТЕХНІЧНОЇ ЕЛЕКТРОДИНАМІКИ.....	8
Глава 1. Основні характеристики та рівняння електромагнітного поля.....	8
1.1. Величини, які характеризують електромагнітне поле.....	8
1.2. Електромагнітні параметри та класифікація середовищ.....	12
1.3. Рівняння електромагнітного поля в інтегральній формі.....	14
1.4. Рівняння Максвелла в диференціальній формі.....	16
1.5. Система рівнянь Максвелла в диференціальній формі.....	18
1.6. Система рівнянь Максвелла в комплексній формі.....	19
1.7. Комплексна діелектрична проникність. Поділ середовищ на класи.....	20
1.8. Сторонні джерела електромагнітного поля.....	22
1.9. Граничні умови для векторів електромагнітного поля.....	24
1.10. Теорема Умова-Пойнтінга в комплексній формі.....	26
Контрольні питання до глави 1.....	28
Глава 2. Плоскі хвилі в однорідних середовищах.....	30
2.1. Плоскі хвилі в ідеальних діелектриках.....	30
2.2. Хвильові параметри плоских хвиль у середовищах без втрат	34
2.3. Хвильові параметри плоских хвиль у середовищах з втратами.....	39
2.4. Поляризація плоских хвиль.....	44
Контрольні питання до глави 2.....	47
Глава 3. Розповсюдження плоских хвиль на границі двох однорідних середовищ.....	48
3.1. Нормальне падіння плоскої хвилі на границю розділу двох середовищ.....	48
3.2. Наближені граничні умови Шукіна-Леонтовича.....	51
3.3. Проникнення поля в середовище з втратами. Поверхневий ефект.....	55
3.4. Похиле падіння плоскої хвилі на границю розділу двох середовищ.....	56
3.5. Похиле падіння плоскої хвилі на ідеально провідну поверхню.....	64
Контрольні питання до глави 3.....	66
Глава 4. Випромінювання електромагнітних хвиль.....	68
4.1. Поле випромінювання елементарного електричного диполя..	70
4.2. Аналіз електричних характеристик елементарного електричного диполя.....	71

Контрольні питання до глави 4.....	76
РОЗДІЛ П. ЗАГАЛЬНІ ПОЛОЖЕННЯ РОЗПОВСЮДЖЕННЯ РАДІОХВИЛЬ І ТЕОРІЯ АНТЕН.....	78
Глава 5. Основні поняття теорії розповсюдження радіохвиль.....	78
5.1. Основні задачі теорії розповсюдження радіохвиль.....	78
5.2. Класифікація радіохвиль	79
5.3. Розповсюдження радіохвиль у вільному просторі.....	83
5.4. Множник ослаблення.....	86
5.5. Рівняння ідеальної радіопередачі.....	86
5.6. Умови здійснення радіозв'язку.....	89
Контрольні питання до глави 5.....	93
Глава 6. Основи теорії антен.....	94
6.1. Функції антен та відповідні їм характеристики та параметри	94
6.2. Антена, як навантаження генератора.....	95
6.3. Параметри та характеристики антен.....	98
6.4. Симетричний вібратор у вільному просторі та його основні параметри і характеристики.....	110
6.4.1. Симетричний вібратор у вільному просторі.....	110
6.4.2. Розподіл струму уздовж вібратора.....	111
6.4.3. Поле випромінювання симетричного вібратора.....	113
6.4.4. Параметри та характеристики симетричного вібратора у вільному просторі.....	115
6.5. Принципи побудови антенних решіток.....	122
Контрольні питання до глави 6.....	130
РОЗДІЛ ІІІ. ЛІНІЇ РАДІОЗВ'ЯЗКУ ТА АНТЕНИ.....	131
Глава 7. Лінії радіозв'язку земних хвиль.....	131
7.1. Електричні параметри земної поверхні.....	131
7.2. Структура поля земної хвилі на границі розділу повітря-земля.....	132
7.3. Розповсюдження земних радіохвиль уздовж плоскої поверхні землі.....	135
7.4. Розповсюдження земних радіохвиль уздовж сферичної поверхні землі.....	136
Контрольні питання до глави 7.....	138
Глава 8. Антени для радіозв'язку земною хвилею.....	139
8.1. Вимоги до антен для радіозв'язку земною хвилею.....	139
8.2. Основні характеристики вертикального несиметричного вібратора.....	140
8.3. Несиметричні антени з верхнім навантаженням.....	142
8.4. Однопроводова антена біжучої хвилі.....	144
8.5. Напівромбічна та Λ -подібна антени.....	148

Контрольні питання до глави 8.....	149
Глава 9. Лінії радіозв'язку іоносферною хвилею.....	150
9.1. Загальні відомості про іоносферу.....	150
9.2. Траєкторія розповсюдження радіохвиль в іоносфері. Поняття про максимально застосовну частоту, оптимальну робочу частоту, найменшу застосовну частоту.....	156
9.3. Особливості ліній радіозв'язку іоносферними хвилями. Вимоги до антен для зв'язку іоносферною хвилею.....	160
9.4. Антени для КХ радіоліній ближньої та середньої дальності...	161
9.5. Дахові антени (антени зенітного випромінювання).....	167
9.6. Антени для магістральних КХ радіоліній.....	170
Контрольні питання до глави 9.....	174
Глава 10. Лінії радіорелейного, тропосферного та супутникового зв'язку.....	175
10.1. Розповсюдження радіохвиль при високопіднятих антенах...	175
10.2. Методика розрахунку напруженості поля в зоні освітленості.....	178
10.3. Розповсюдження радіохвиль на радіорелейних лініях зв'язку.....	182
10.4. Розповсюдження радіохвиль на тропосферних лініях зв'язку.....	184
10.5. Розповсюдження радіохвиль на лініях супутникового зв'язку.....	187
Контрольні питання до глави 10.....	189
Глава 11. Антени УКХ.....	190
11.1. Антени вібраторного типу.....	191
11.1.1. Антена „хвильовий канал”.....	191
11.1.2. Логарифмічно-періодична антена.....	196
11.1.3. Зигзагоподібна антена.....	199
11.2. Дзеркальні параболічні антени.....	202
11.2.1. Принцип роботи антени з параболічним рефлектором.....	202
11.2.2. Типи дзеркальних антен.....	203
11.2.3. Опромінювачі параболічних антен.....	206
Контрольні питання до глави 11.....	208
Глава 12. Живлення антенних пристроїв військових радіостанцій.....	209
12.1. Вимоги до ліній передачі, їх класифікація і типи.....	209
12.2. Узгоджувальні пристрої.....	215
12.2.1. Необхідність узгодження фідера з антеною.....	215
12.2.2. Типи узгоджувальних пристроїв.....	217

12.2.3.	Антенні трансформатори для узгодження на реактивних елементах L і C	218
12.2.4.	Реактивні шунти.....	222
12.2.5.	Чвертьхвильовий трансформатор.....	225
12.2.6.	Багатоступінчасті та експоненціальні трансформатори.....	229
12.3.	Симетрувальні пристрої.....	232
12.3.1.	Необхідність застосування симетрувальних пристроїв.....	232
12.3.2.	Симетрувальні пристрої приймальних короткохвильових антен.....	233
12.3.3.	Симетрувальні пристрої передавальних короткохвильових антен.....	236
12.3.4.	Симетрувальні пристрої на відрізках довгих ліній.....	239
Контрольні питання до глави 12.....		244
ЛІТЕРАТУРА.....		245
ПРЕДМЕТНИЙ ПОКАЖЧИК.....		246

ВСТУП

При проектуванні, розгортанні й експлуатації сучасних телекомунікаційних систем необхідно враховувати, що надійна робота кінцевого обладнання значною мірою залежить від якісних показників каналів зв'язку. Якість каналів радіозв'язку, в свою чергу, значною мірою визначається умовами розповсюдження радіохвиль, правильним вибором та експлуатацією антенних пристроїв для кожної лінії та станції радіозв'язку.

Навчальний посібник „Лінії радіозв'язку та антенні пристрої” призначений для вивчення курсантами, що навчаються за спеціальністю „Військове управління (Сухопутні війська)”, основ технічної електродинаміки, закономірностей розповсюдження радіохвиль різних діапазонів частот, принципів роботи антенних пристроїв, що використовуються на наступних лініях радіозв'язку: земною хвилею, іоносферною хвилею, тропосферних, а також радіолініях прямих хвиль.

Матеріал за кожним з перерахованих різновидів радіозв'язку викладено у наступній послідовності:

1) принцип роботи радіолінії та особливості розповсюдження радіохвиль на ній;

2) вимоги до антен, будова, принцип роботи, електричні характеристики і питання експлуатації основних типів антен для даної лінії радіозв'язку.

У заключній главі навчального посібника розглянуті питання, пов'язані з елементами антенно-фідерного тракту (фідерними лініями, узгоджувальними та симетрувальними пристроями та ін.).

Навчальний посібник також може бути корисним для курсантів та слухачів, що навчаються за іншими спеціальностями, при вивченні основ радіозв'язку та принципів побудови, експлуатації і бойового застосування військової техніки радіозв'язку.

РОЗДІЛ І

ОСНОВИ ТЕХНІЧНОЇ ЕЛЕКТРОДИНАМІКИ

ГЛАВА 1. ОСНОВНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ ТА РІВНЯННЯ ЕЛЕКТРОМАГНІТНОГО ПОЛЯ

1.1. Величини, які характеризують електромагнітне поле

Як відомо з курсу фізики, електромагнітне поле характеризується наступними чотирма векторними величинами:

- 1) \vec{E} , $\left[\frac{\text{В}}{\text{М}}\right]$ – напруженість електричного поля;
- 2) \vec{B} , $\left[\frac{\text{В}\cdot\text{с}}{\text{М}^2}\right]$ – магнітна індукція;
- 3) \vec{D} , $\left[\frac{\text{Кл}}{\text{М}^2}\right]$ – електрична індукція;
- 4) \vec{H} , $\left[\frac{\text{А}}{\text{М}}\right]$ – напруженість магнітного поля.

Далі розмірності усіх величин будуть подаватися у системі одиниць СІ, де діелектрична ϵ_0 та магнітна проникність вакууму μ_0 є величинами, що мають розмірність, та рівними:

$$\epsilon_0 = \frac{1}{36\pi} \cdot 10^{-9} \frac{\text{Ф}}{\text{м}}; \quad \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Гн}}{\text{м}}. \quad (1.1)$$

Причому швидкість світла у вакуумі рівна:

$$\epsilon = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}. \quad (1.2)$$

У якості джерел електромагнітного поля виступають електричні заряди q , [Кл], та електричні струми $I = \frac{dq}{dt}$, [А].

Перші два вектори \vec{E} та \vec{B} визначають силу дії електромагнітного поля на заряд q_0 , що рухається у ньому зі швидкістю \vec{v}_0 (рис. 1.1).

Ця сила називається силою Лоренца і дорівнює:

$$\vec{F} = \vec{F}_e + \vec{F}_m = q_0 \vec{E} + q_0 [\vec{v}_0 \vec{B}], \quad (1.3)$$

тобто вона представляє собою суму двох сил, що діють на заряд: силу дії електричного поля $\vec{F}_e = q_0 \vec{E}$ та силу дії магнітного поля $\vec{F}_m = q_0 [\vec{v}_0 \vec{B}]$. З (1.3) видно, що сила дії електричного поля

$$\vec{F}_e = q_0 \vec{E} \quad (1.4)$$

однакова як на нерухомий заряд, так і на рухомий, оскільки швидкість заряду \vec{v}_0 до виразу для сили \vec{F}_e не входить.

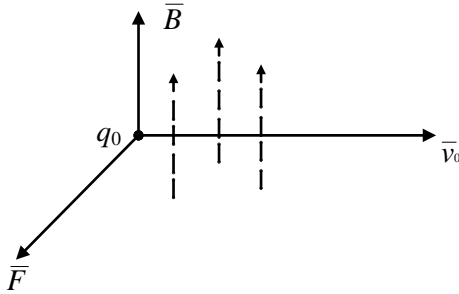


Рис. 1.1

Сила дії магнітного поля принципово залежить від величини та напрямку швидкості заряду \vec{v}_0 :

$$\vec{F}_M = q_0[\vec{v}_0 \vec{B}]; F_M = q_0 v_0 B \sin(\widehat{v_0 B}), \quad (1.5)$$

а саме:

сила рівна нулю у випадку нерухомого заряду ($\vec{v}_0 = 0$);

сила рівна нулю і у тому випадку, коли заряд рухається паралельно магнітним силовим лініям вектора (у цьому випадку кут $\widehat{v_0 B} = 0$ і $\sin(\widehat{v_0 B}) = 0$);

сила дії магнітного поля на заряд, що рухається, буде максимальною в тому випадку, коли заряд (або провід з електричним струмом) будуть рухатися перпендикулярно до магнітних силових ліній вектора \vec{B} (в цьому випадку кут $\widehat{v_0 B} = \pm 90^\circ$ та $\sin(\widehat{v_0 B}) = 1$). Ця максимальна сила дії магнітного поля згідно (1.5) і при $|\sin(\widehat{v_0 B}) = 1|$ буде рівна:

$$|F_M|_{\max} = |q_0| \cdot v_0 \cdot B = I_0 \cdot l_0 \cdot B. \quad (1.6)$$

З формул (1.4) – (1.6) можна дати фізичні визначення векторам \vec{E} та \vec{B} .

Вектор \vec{E} . З (1.4) маємо:

$$E = \frac{\vec{F}_e}{|q_0|} = \frac{\vec{F}_e}{q_0^+}. \quad (1.7)$$

З цієї формули слідує, що *вектор напруженості електричного поля \vec{E}* в даній точці простору (точці спостереження) за величиною та напрямком рівний силі дії електричного поля на одиничний позитивний заряд, розміщений в даній точці спостереження.

Якщо в якості джерела електричного поля взяти постійний точковий заряд q , а в точку спостереження (т.с.) помістити так званий пробний

позитивний заряд q_0^+ (рис. 1.2), то як відомо за законом Кулона сила F_e буде рівною:

$$\vec{F}_e = \frac{1}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{q \cdot q_0^+}{r^2} \cdot \vec{r}^\circ \quad (1.8)$$

і тоді для напруженості електростатичного поля від точкового постійного заряду q маємо наступний вираз:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{q}{r^2} \cdot \vec{r}^\circ. \quad (1.9)$$

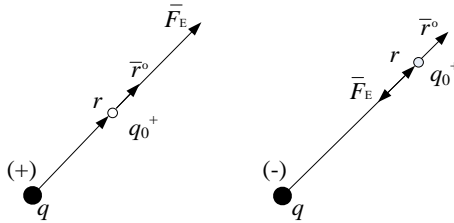


Рис. 1.2

Далі буде показано, що у випадку змінного в часі заряду $q(t)$ вираз для \vec{E} буде більш складним.

На рис. 1.2, у формулах (1.8), (1.9) та у всіх подальших співвідношеннях введені наступні позначення:

q – електричний заряд, джерело поля;

$\vec{r} = \vec{r}^\circ \cdot r$ – радіус-вектор, який проводиться обов'язково із точки джерела в точку спостереження;

\vec{r}° – орт радіус-вектора \vec{r} ;

$\epsilon = \epsilon' \cdot \epsilon_0$ – абсолютна діелектрична проникність середовища;

$\epsilon' = \frac{\epsilon}{\epsilon_0}$ – відносна діелектрична проникність середовища, віднесена до діелектричної проникності вакууму ϵ_0 ;

$\epsilon' \geq 1$ – величина безрозмірна, що показує у скільки разів діелектрична проникність даного середовища більше за діелектричну проникність вакууму.

З формули (1.4) випливає, що якщо заряди q_0 будуть позитивними, то сила дії \vec{F}_e за напрямом буде співпадати з напрямом вектора \vec{E} і, відповідно, вільні позитивні заряди будуть рухатися у напрямі вектора \vec{E} . Оскільки електричний струм свого часу визначили як рух саме позитивних зарядів, то напрям струму має співпадати з напрямом вектора \vec{E} . Для характеристики напрямку струму вводиться величина $\vec{\delta}$, яка

називається *вектором щільності струму*. Вектор щільності струму пов'язаний з вектором \vec{E} наступним співвідношенням (закон Ома в диференціальній формі):

$$\vec{\delta} = \sigma \cdot \vec{E}; [\delta] = \frac{\text{A}}{\text{M}^2}; [\sigma] = \frac{\text{CM}}{\text{M}} = \frac{1}{\text{OM} \cdot \text{M}}, \quad (1.10)$$

де величина σ також є параметром середовища та називається *питома провідність* середовища.

Сила струму як скалярна величина визначається через вектор щільності струму у вигляді інтегралу:

$$I = \int_S \vec{\delta} \cdot d\vec{s}, \quad (1.11)$$

де S – поверхня, через яку тече струм.

Вектор \vec{B} . З формули (1.6) випливає, що

$$\vec{B} = \frac{I M_{\text{max}}}{I_0 \cdot l_0}, \quad (1.12)$$

тобто *вектор магнітної індукції \vec{B}* за величиною рівний максимальній силі дії магнітного поля на одиничний елемент струму ($I_0 \cdot l_0 = (1\text{A}) \cdot (1\text{M})$).

За напрямком вектор \vec{B} визначається у відповідності з формулою, відомою з курсу фізики для постійного струму:

$$\vec{B} = \frac{\mu}{4\pi} \cdot \frac{I[d\vec{l} \times \vec{r}_0]}{r^2}; \mu = \mu' \cdot \mu_0; \mu' = \frac{\mu}{\mu_0}, \quad (1.13)$$

у якій векторні величини визначаються за правилом правого гвинта (свердлика). Це правило говорить про те, що вектор \vec{B} направлений по дотичній до кола, яке буде описувати головка правого гвинта (ручка правого свердлика), якщо гвинт вкручувати у напрямку струму (або у напрямку елемента струму $I \cdot d\vec{l}$) (рис. 1.3).

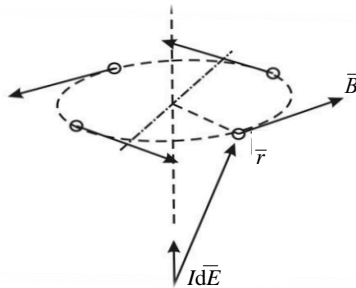


Рис. 1.3

У формулі (1.13) величина μ – це абсолютна магнітна проникність середовища, а μ' – відносна магнітна проникність.

Вектор \vec{D} . Вектор електричної індукції \vec{D} пов'язаний з вектором напруженості електричного поля наступним співвідношенням:

$$\vec{D} = \varepsilon \cdot \vec{E}, \quad (1.14)$$

тобто ці два вектори електричного поля пов'язані між собою через діелектричну проникність середовища.

Вектор \vec{H} . Вектор напруженості магнітного поля \vec{H} пов'язаний з вектором магнітної індукції \vec{B} наступним співвідношенням:

$$\vec{B} = \mu \cdot \vec{H}, \quad (1.15)$$

тобто ці два вектори магнітного поля пов'язані між собою через магнітну проникність середовища μ .

1.2. Електромагнітні параметри та класифікація середовищ

Різні середовища з точки зору їх впливу на електромагнітне поле характеризуються трьома параметрами:

- 1) діелектричною проникністю $\varepsilon = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon'$, $\left[\frac{\Phi}{M}\right]$;
- 2) магнітною проникністю $\mu = \mu' \cdot \mu_0$, $\left[\frac{\Gamma_H}{M}\right]$;
- 3) питомою провідністю σ , $\left[\frac{1}{\text{Ом}\cdot\text{м}}\right]$.

Ці параметри середовища дозволяють пов'язати між собою всі вектори електромагнітного поля:

$$\vec{D} = \varepsilon \cdot \vec{E}, \vec{B} = \mu \cdot \vec{H}, \vec{\delta} = \sigma \cdot \vec{E}. \quad (1.16)$$

В залежності від характеру цих параметрів середовища поділяються на наступні класи.

1. *Однорідні середовища.* В цих середовищах параметри ε , μ і σ не залежать від координат, тобто в будь-якій точці середовища вони однакові:

$$\varepsilon = \text{const}, \mu = \text{const}, \sigma = \text{const}. \quad (1.17)$$

2. *Неоднорідні середовища.* В цих середовищах або всі три параметри, або хоча б один із них залежать від координат. Наприклад, ε_i та σ_i іоносфери змінюються по мірі збільшення висоти, і це суттєво впливає на розповсюдження радіохвиль у КХ діапазоні ($10 \leq \lambda \leq 100$ м). Тому для неоднорідних середовищ:

$$\varepsilon = \varepsilon(x, y, z). \quad (1.18)$$

3. *Лінійні середовища.* В лінійних середовищах параметри ϵ , μ і σ не залежать від величини та інтенсивності поля, тому залежності $\vec{D} = \epsilon \cdot \vec{E}$, $\vec{B} = \mu \cdot \vec{H}$, $\vec{\delta} = \sigma \cdot \vec{E}$ виходять лінійними (прямо пропорційними).

4. *Нелінійні середовища.* В нелінійних середовищах або всі три параметри, або хоча б один з них залежать від величини (амплітуди) поля:

$$\epsilon = \epsilon(E); \mu = \mu(H); \sigma = \sigma(E). \quad (1.19)$$

В цих середовищах залежності (1.16)

$$\vec{D} = \epsilon(E) \cdot \vec{E}, \vec{B} = \mu(H) \cdot \vec{H}, \vec{\delta} = \sigma(E) \cdot \vec{E} \quad (1.20)$$

будуть мати уже нелінійний характер.

5. *Ізотропні середовища.* В ізотропних середовищах значення параметрів ϵ , μ і σ не залежать від напрямку, тобто характер залежності цих параметрів як в прямому, так і в зворотному напрямку однаковий. У цьому випадку ці параметри будуть скалярними величинами, і тоді згідно (1.16) вектор \vec{D} за напрямком буде співпадати з вектором \vec{E} , вектор \vec{B} – з вектором \vec{H} , вектор $\vec{\delta}$ – з вектором \vec{E} .

6. *Анізотропні середовища.* В анізотропних середовищах або всі три параметри ϵ , μ і σ , або хоча б один з них не є скалярними величинами, а є величинами *тензорними*. Як відомо з курсу вищої математики, тензорна величина характеризується своєю матрицею (таблицею з елементів). Прикладами анізотропних середовищ є іоносфера, у якій тензорною є діелектрична проникність $\|\epsilon\|$, та ферити надвисоких частот (НВЧ), у яких тензорною є магнітна проникність $\|\mu\|$.

Матриці цих тензометрів мають наступний вигляд:

$$\|\epsilon\| = \begin{bmatrix} \epsilon_{xx} & \epsilon_{xy} & \epsilon_{xz} \\ \epsilon_{yx} & \epsilon_{yy} & \epsilon_{yz} \\ \epsilon_{zx} & \epsilon_{zy} & \epsilon_{zz} \end{bmatrix}; \|\mu\| = \begin{bmatrix} \mu_{xx} & \mu_{xy} & \mu_{xz} \\ \mu_{yx} & \mu_{yy} & \mu_{yz} \\ \mu_{zx} & \mu_{zy} & \mu_{zz} \end{bmatrix}. \quad (1.21)$$

У цьому випадку відношення (1.16) будуть мати наступний вигляд:

$$\vec{D} = \|\epsilon\| \cdot \vec{E}, \vec{B} = \|\mu\| \cdot \vec{H}, \vec{\delta} = \sigma \cdot \vec{E}. \quad (1.22)$$

Тензорний характер ϵ і μ призводить до того, що вектор \vec{D} не буде співпадати за напрямком з \vec{E} , а вектор \vec{B} – з вектором \vec{H} .

В якості прикладу важливих технічних пристроїв, заснованих на використанні тензорного характеру магнітної проникності $\|\mu\|$, можна привести феритові вентиля у хвилеводах, які падаючу хвилю пропускають через себе, а відбиту, що йде у зворотному напрямку, не пропускають і таким чином виявляються гарними узгоджувальними пристроями.

1.3. Рівняння електромагнітного поля в інтегральній формі

Основними рівняннями електромагнітного поля в інтегральній формі є дослідні закони, записані в математичній формі. Ці рівняння називають рівняннями Максвелла.

Перше рівняння Максвелла. Закон повного струму.

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = \frac{\partial}{\partial t} \int_S \vec{D} \cdot d\vec{S} + I_{\Sigma_{\text{пр}}} = I_{\text{повн}}. \quad (1.23)$$

Фізичний зміст першого рівняння Максвелла або закону повного струму полягає в наступному (рис. 1.4):

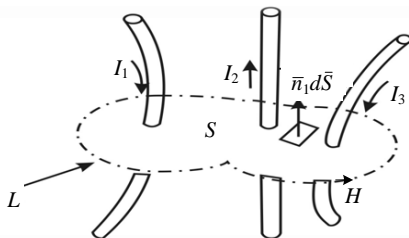


Рис. 1.4

Циркуляція вектора \vec{H} по будь-якому замкненому контуру L (або магніторухома сила) дорівнює повному струму, який перетинає поверхню S , що спирається на даний контур.

Цей повний струм $I_{\text{повн}}$ дорівнює сумі двох повністю різних струмів: струму провідності $I_{\Sigma_{\text{пр}}}$ та струму зміщення, рівного:

$$I_{\text{зм}} = \frac{\partial}{\partial t} \int_S \vec{D} \cdot d\vec{S}, \quad (1.24)$$

тобто рівного похідній за часом t від потоку вектора електричної індукції через поверхню S .

Струм провідності $I_{\Sigma_{\text{пр}}}$ та струм зміщення $I_{\text{зм}}$ подібні між собою тільки у тому, що вони однаково створюють навколо себе магнітне поле \vec{H} . В іншому вони значно відрізняються один від одного. Якщо струм провідності обов'язково пов'язаний з рухом заряджених частинок, і у вакуумі він дорівнює нулю, то струм зміщення може бути і у вакуумі, якщо там буде змінне електричне поле $\vec{D}(t) = \epsilon \vec{E}(t)$. Якщо струм провідності може бути як постійним, так і змінним, то струм зміщення, як це видно із (1.24), може бути тільки змінним.

Струм зміщення у вигляді (1.24) був введений у рівняння (1.23) Максвеллом, що постійно фундаментальним узагальненням загального закону повного струму.

Друге рівняння Максвелла. Закон електромагнітної індукції Фарадея.

$$\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{\partial}{\partial t} \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} \text{ або } \varepsilon_i = -\frac{\partial \Phi}{\partial t}. \quad (1.25)$$

Фізичний зміст цього рівняння або закону електромагнітної індукції полягає в наступному (рис. 1.5).

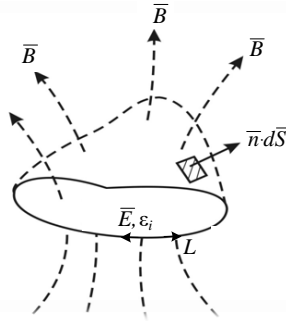


Рис. 1.5

Циркуляція вектора \vec{E} по будь-якому замкнутому контуру L (або електрорушійна сила $-\varepsilon_i$) рівна похідній за часом t від потоку вектора магнітної індукції через поверхню S , що спирається на цей контур, взятій у відповідності з правилом Ленца зі знаком мінус (рис. 1.5).

Фундаментальне узагальнення Максвеллом закону Фарадея полягає у тому, що контур L не обов'язково має бути виконаний з якогось провідного матеріалу, наприклад, з металевого проводу, а що він може бути і уявно проведеним у будь-якому середовищі: у вільному просторі з повітрям, у вакуумі та ін.

Третє рівняння Максвелла або теорема Остроградського-Гауса про потік вектора \vec{D} через замкнену поверхню.

$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = q_\Sigma. \quad (1.26)$$

Фізичний зміст цього рівняння та теореми полягає в тому, що потік вектора електричної індукції \vec{D} за довільною замкненою поверхнею S рівний алгебраїчно сумарному заряду q_Σ , що знаходиться в об'ємі V , обмеженому замкненою поверхнею S . На рис. 1.6 це рівняння та теорема зображені для трьох часткових випадків розташування зарядів q об'єму V .

Четверте рівняння Максвелла є математичним формулюванням дослідного закону про замкнені магнітні силові лінії вектора магнітної індукції \vec{B} (але не вектора \vec{H}) та має вигляд:

$$\oint \vec{B} \cdot \vec{dS} \equiv 0, \quad (1.27)$$

і з точки зору фізичного змісту показує, що потік вектора \vec{B} через довільну замкнену поверхню S тотожно рівний нулю.

З виразу (1.27) слідує, що магнітні силові лінії вектора \vec{B} завжди замкнені, оскільки тільки в такому випадку число ліній, що входять в замкнену поверхню S , буде рівне числу ліній, що виходять з неї (рис. 1.7).

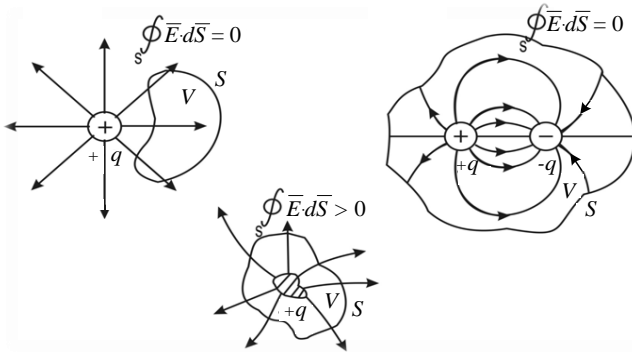


Рис. 1.6

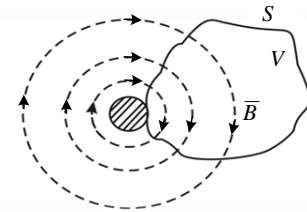


Рис. 1.7

1.4. Рівняння Максвелла в диференціальній формі

Рівняння Максвелла в диференціальній формі отримують із рівнянь в інтегральній формі з використанням математичних теорем Стокса та Гауса:

$$\int_L \vec{a} \cdot d\vec{l} = \int_S \text{rot } \vec{a} \cdot \vec{dS}; \quad \oint_S \vec{a} \cdot \vec{dS} = \int_V \text{div } \vec{a} \cdot dV. \quad (1.28)$$

Застосовуючи теорему Стокса до правої частини першого рівняння (1.23) та замінюючи в ньому струм провідності на його вираз через інтеграл від вектора щільності струму (1.11) ($I_{\text{пр}} = \int_S \bar{\delta} \cdot d\bar{S}$) отримуємо це рівняння у вигляді:

$$\int_S \text{rot } \bar{H} \cdot d\bar{S} = \frac{\partial}{\partial t} \int_S \bar{D} \cdot d\bar{S} + \int_S \bar{\delta} \cdot d\bar{S}.$$

Оскільки в цьому рівнянні поверхня S як область інтегрування є довільною, то таке рівняння буде виконуватися тільки за умови рівності підінтегральних функцій в лівій та правих частинах, тобто при виконанні наступного рівняння:

$$\text{rot } \bar{H} = \frac{\partial \bar{D}}{\partial t} + \bar{\delta}. \quad (1.29)$$

Це рівняння називається *першим рівнянням Максвелла в диференціальній формі*.

Аналогічно з рівняння (1.25) отримується *друге рівняння Максвелла в диференціальній формі*:

$$\text{rot } \bar{E} = -\frac{\partial \bar{B}}{\partial t}. \quad (1.30)$$

Третє рівняння Максвелла в диференціальній формі отримується шляхом застосування математичної теореми Гауса із (1.28) до лівої частини та виразу загального заряду в об'ємі V через інтеграл по об'єму від об'ємної щільності заряду ρ :

$$\rho = \lim_{\Delta V} \frac{\Delta q}{\Delta V}, [\rho] = \frac{\text{Кл}}{\text{м}^3}. \quad (1.31)$$

При цьому отримуємо $\int_V \text{div } \bar{D} \cdot dV = \int_V \rho \cdot dV$, і оскільки об'єм V як область інтегрування є тут довільним, то приходимо до *третього рівняння Максвелла в диференціальній формі*:

$$\text{div } \bar{D} = \rho. \quad (1.32)$$

Фізичний зміст цього рівняння полягає в тому, що електричні силові лінії починаються на позитивних зарядах ($\text{div } \bar{D} = \rho^+ > 0$, витік), та закінчуються на негативних зарядах ($\text{div } \bar{D} = \rho^- < 0$, втік); в області, де зарядів немає ($\text{div } \bar{D} = 0$ при $\rho = 0$) електричні силові лінії можуть бути і замкнені.

Аналогічно отримуємо *четверте рівняння в диференціальній формі*:

$$\text{div } \bar{B} \equiv 0, \quad (1.33)$$

з якого випливає фізичний висновок: вектор \bar{B} не має ні витоків, ні втоків, і тому його силові лінії замкнені.

1.5. Система рівнянь Максвелла в диференціальній формі

Диференціальні рівняння (1.29), (1.30), (1.32), (1.33) не є самостійними рівняннями, а складають систему диференціальних рівнянь в часткових похідних:

$$\operatorname{rot} \bar{H} = \frac{\partial \bar{D}}{\partial t} + \bar{\delta}; \quad (1)$$

$$\operatorname{rot} \bar{E} = -\frac{\partial \bar{B}}{\partial t}; \quad (2)$$

$$\operatorname{div} \bar{D} = \rho; \quad (3) \quad (1.34)$$

$$\operatorname{div} \bar{B} = 0; \quad (4)$$

$$\bar{D} = \varepsilon \bar{E}; \bar{B} = \mu \bar{H}; \bar{\delta} = \sigma \bar{E}. \quad (5)$$

Рівняння Максвелла в диференціальній формі (1 – 4) у системі (1.34) завжди наводяться з матеріальними рівняннями (5), які пов'язують вектори ЕМП через параметри середовища.

Система рівнянь (1.34) називається *системою рівнянь Максвелла*.

У літературі прийнято записувати перші три рівняння з урахуванням зв'язків у (1.34, 5). Тоді система рівнянь Максвелла приймає наступний вигляд:

$$\operatorname{rot} \bar{H} = \varepsilon \frac{\partial \bar{E}}{\partial t} + \bar{\delta}; \quad (1)$$

$$\operatorname{rot} \bar{E} = -\mu \frac{\partial \bar{H}}{\partial t}; \quad (2)$$

$$\operatorname{div} \bar{E} = \rho / \varepsilon; \quad (3) \quad (1.35)$$

$$\operatorname{div} \bar{B} = 0; \quad (4)$$

$$\bar{D} = \varepsilon \bar{E}; \bar{B} = \mu \bar{H}; \bar{\delta} = \sigma \bar{E}. \quad (5)$$

Розглянемо якісно фізичний зміст перших двох рівнянь Максвелла. Нехай в будь-якій точці простору є відрізок проводу зі змінним струмом $\delta(t)$ (рис. 1.8).

Тоді у відповідності з першим рівнянням Максвелла навколо цього струму за законом ротора (або за правилом правого гвинта) виникає як наслідок змінне магнітне поле $\bar{H}(t)$. Це змінне магнітне поле буде виступати у другому рівнянні (1.35, 2) в правій частині, у якості причини, та утворить змінне електричне поле $\bar{E}(t)$ знову за законом ротора тільки зі знаком мінус. Утворене у другому рівнянні змінне електричне поле стає причиною у правій частині першого рівняння та створює магнітне поле і т. д. З цього якісного міркування видно, що такий процес буде розповсюджуватися від точки до точки, причому, не миттєво а з кінцевою

швидкістю (далі буде показано, що у вакуумі це буде швидкість світла $c = 3 \cdot 10^8$ м/с).

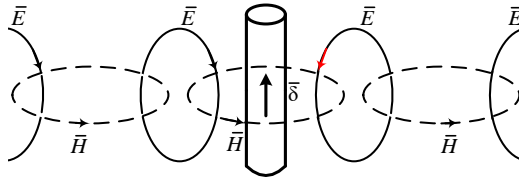


Рис. 1.8

Такий процес взаємної обумовленості змінного електричного та магнітного полів, що розповсюджується у середовищі (у вільному просторі) від точки до точки з кінцевою швидкістю називається електромагнітною хвилею.

1.6. Система рівнянь Максвелла в комплексній формі

Як відомо, якщо якісь величини змінюються в часі за гармонійним законом, тобто за законом $\cos(\omega t + \psi)$, то ефективним методом вирішення диференціальних рівнянь при змінній t є метод комплексних амплітуд. Відповідно до цього методу похідна за часом замінюється множителем $i\omega$ і диференціальні рівняння при змінній t перетворюються в рівняння для комплексних амплітуд.

У відповідності з цим перші два рівняння Максвелла із системи (1.35) в комплексній формі запишуться наступним чином:

$$\text{rot} \vec{H}_m = i\omega \epsilon \vec{E}_m + \vec{\delta}_m; \quad (1) \quad (1.36)$$

$$\text{rot} \vec{E}_m = -i\omega \mu \vec{H}_m. \quad (2)$$

В цих рівняннях всі вектори з індексом m та з точкою є комплексними амплітудами векторів. Наприклад, комплексна амплітуда вектора напруженості електричного поля \vec{E}_m має наступний докладний вираз:

$$\begin{aligned} \vec{E}_m &= (\dot{E}_{mx} \cdot \vec{x}_0 + \dot{E}_{my} \cdot \vec{y}_0 + \dot{E}_{mz} \cdot \vec{z}_0 = \\ &E_{mx} e^{i\psi_x} \vec{x}_0 + E_{my} e^{i\psi_y} \vec{y}_0 + E_{mz} e^{i\psi_z} \vec{z}_0, \end{aligned} \quad (1.37)$$

де початкові фази $\psi_{x,y,z}$ взяті при косинусоїдальній залежності від часу. Звідси можна дати наступне визначення комплексної амплітуда вектора.

Комплексна амплітуда вектора рівна сумі добутків скалярних комплексних амплітуд складових вектора по осям координат на відповідний орт, взята по всім осям координат.

Якщо відома комплексна амплітуда вектора, то миттєве значення вектора як функції від часу t знаходиться за відомим з методу комплексних амплітуд законом:

$$\vec{E}(t) = \text{Re}(\vec{E}_m e^{i\omega t}). \quad (1.38)$$

1.7. Комплексна діелектрична проникність. Поділ середовищ на класи

Розглянемо перше рівняння Максвелла в комплексній формі у виразі (1.36) докладніше. Для цього виразимо комплексну амплітуду вектора щільності струму $\vec{\delta}_m$ у ньому через \vec{E}_m відповідно до п'ятого рівняння (1.35), тобто покладемо

$$\text{rot} \vec{H}_m = i\omega \varepsilon \vec{E}_m + \sigma \vec{E}_m = i\omega \left(\varepsilon - i \frac{\sigma}{\omega} \right) \vec{E}_m. \quad (1.39)$$

Звернемо увагу на те, що вираз у дужках в правій частині (1.39) має розмірність діелектричної проникності ε , відповідно, вся дужка має фізичний зміст діелектричної проникності, але тільки комплексної. Тому вводиться поняття про комплексну діелектричну проникність ε'_k середовища, яка дорівнює:

$$\varepsilon_k = \varepsilon - i \frac{\sigma}{\omega}. \quad (1.40)$$

Якщо абсолютну діелектричну проникність ε виразити через відносну у вигляді $\varepsilon_k = \varepsilon'_k \cdot \varepsilon_0$ та діелектричну проникність вакууму ε_0 винести за дужки, то отримаємо:

$$\varepsilon'_k = \varepsilon_0 \left(\varepsilon' - i \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \omega} \right) = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon'_k, \quad (1.41)$$

де ε'_k – відносна комплексна діелектрична проникність середовища, яка дорівнює:

$$\varepsilon'_k = \varepsilon' - i \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \omega}. \quad (1.42)$$

Підставляючи сюди $\omega = 2\pi f$ і $\varepsilon_0 = \frac{10^{-9}}{36\pi} \frac{\Phi}{\text{м}}$, та враховуючи, що $\lambda_0(\text{м}) = 3 \cdot \frac{10^8}{f(\text{Гц})}$, отримуємо зручну формулу для інженерних розрахунків ε'_k :

$$\varepsilon'_k = \varepsilon' - i60\sigma\lambda_0, \quad (1.43)$$

де λ_0 – довжина хвилі у вакуумі в метрах.

Книги, які можуть вас зацікавити



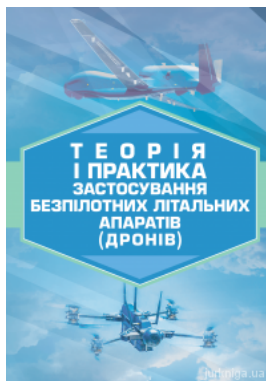
Комплекси і засоби
військових
телекомунікаційних
мереж



Сучасні військові
засоби радіо та
супутникового зв'язку



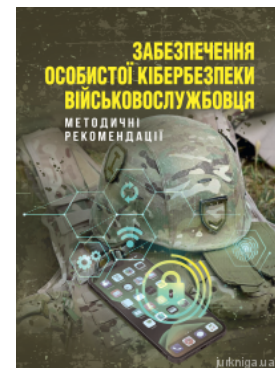
Організація військового
зв'язку. Навчальний
посібник



Теорія і практика
застосування
безпілотних літальних
апаратів (дронів)



Боротьба з ударними
БпЛА іранського та
російського
виробництва «Shahed-
136» («Герань-2») та
«Ланцет-2». Методичні
рекомендації
загальновійськовим...



Забезпечення
особистої кібербезпеки
військовослужбовця

Перейти до галузі права
Військове право



[Перейти на сайт](#) →