

Малые беспилотные летательные аппараты: теория и практика

Это издание посвящено управлению беспилотными летательными аппаратами (БЛА). Акцент в книге делается на системы повышения устойчивости управления. Других изданий, которые бы охватывали вопросы моделирования динамики летательных аппаратов, разработки автопилотов (решающих задачи «низкого уровня»), оценки состояния БЛА, а также расчета траектории полета (задачи «высокого уровня»), в настоящее время нет.

Целевой аудиторией являются студенты, которые прошли подготовку в области электротехники, компьютерной техники, машиностроения и информатики и прослушали вводный курс по системам управления с обратной связью или робототехнике.

Также книга будет интересна инженерам в области авиации, которые заинтересованы во вводном курсе в автономные системы.

Рэндал У. Биард, Тимоти У. МакЛэйн

МАЛЫЕ БЕСПИЛОТНЫЕ ЛЕТАТЕЛЬНЫЕ АППАРАТЫ:



ТЕОРИЯ И ПРАКТИКА

Издательский дом
«СВАРОГ»
Киев – 2023

УДК 623.746.4-519 + 533.6.013.622

Б 59

Биард У. Рэндал, МакЛэйн У. Тимоти

Б 59 Малые беспилотные летательные аппараты: теория и практика / Рэндал У. Биард, Тимоти У. МакЛэйн — Киев: Изд. дом «СВАРОГ», 2023. — 312 с.

ISBN 978-966-370-745-7

Это издание посвящено управлению беспилотными летательными аппаратами (БЛА). Акцент в книге делается на системы повышения устойчивости управления. Других изданий, которые бы охватывали вопросы моделирования динамики летательных аппаратов, разработки автопилотов (решающих задачи «низкого уровня»), оценки состояния БЛА, а также расчета траектории полета (задачи «высокого уровня»), в настоящее время нет.

Целевой аудиторией являются студенты, которые прошли подготовку в области электротехники, компьютерной техники, машиностроения и информатики и прослушали вводный курс по системам управления с обратной связью или робототехнике. Также книга будет интересна инженерам в области авиации, которые заинтересованы во вводном курсе в автономные системы.

ISBN 978-966-370-745-7

УДК 623.746.4-519 + 533.6.013.622

© 2012 by Princeton University Press.

© Издательский дом «Сварог», 2023.

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие редактора перевода	8
Предисловие	10
Глава 1. Введение	14
1.1. Архитектура системы	14
1.2. Модели проектирования	18
1.3. Опытнo-конструкторская разработка	20
Глава 2. Системы координат	22
2.1. Матрицы вращения	23
2.2. Системы координат МБЛА	25
2.3. Воздушная скорость, скорость ветра и скорость относительно Земли	31
2.4. Ветровой треугольник	33
2.5. Дифференцирование вектора	37
2.6. Краткое изложение главы	38
2.7. Опытнo-конструкторская разработка	40
Глава 3. Кинематика и динамика	41
3.1. Переменные состояния	41
3.2. Кинематика	43
3.3. Динамика неизменяемых систем	44
3.4. Краткое изложение главы	49
3.5. Опытнo-конструкторская разработка	50
Глава 4. Силы и моменты сил	51
4.1. Гравитационные силы	51
4.2. Аэродинамические силы и моменты	52
4.3. Движущие силы и моменты	65
4.4. Атмосферные возмущения	67
4.5. Краткое изложение главы	70
4.6. Опытнo-конструкторская разработка	71
Глава 5. Модели линейного проектирования	73
5.1. Краткое описание нелинейных уравнений движения	74
5.2. Координированный поворот	77
5.3. Балансировочный режим	78
5.4. Модели передаточной функции	80
5.5. Линейные модели в пространстве состояний	89
5.6. Упрощенные режимы	97
5.7. Краткое содержание главы	101
5.8. Опытнo-конструкторская разработка	102
Глава 6. Проектирование автопилота с использованием последовательных замыканий контура обратной связи	105
6.1. Последовательное замыкание контура	106
6.2. Ограничения, связанные с насыщением, и их влияние на рабочие характеристики	108

Содержание

6.3. Автопилот движения в боковом направлении	109
6.4. Автопилот продольного движения	116
6.5. Цифровая реализация контуров с ПИД-регулятором	126
6.6. Краткое содержание главы	129
6.7. Опытнo-конструкторская разработка	131
Глава 7. Датчики МБЛА	133
7.1. Акселерометры	133
7.2. Датчики угловой скорости	137
7.3. Датчики давления	139
7.4. Цифровые компасы	143
7.5. Система глобального позиционирования	146
7.6. Краткое содержание главы	154
7.7. Опытнo-конструкторская разработка	154
Глава 8. Оценка состояния	156
8.1. Контрольный маневр	156
8.2. Фильтры низких частот	157
8.3. Оценка состояния путем обращения модели датчика	158
8.4. Теория динамического наблюдателя	162
8.5. Вывод дискретно-непрерывного фильтра Калмана	164
8.6. Оценка положения	168
8.7. Сглаживание данных GPS	170
8.8. Краткое содержание главы	173
8.9. Опытнo-конструкторская разработка	174
Глава 9. Модели наведения	175
9.1. Модель автопилота	175
9.2. Кинематическая модель управляемого полета	176
9.3. Кинематические модели наведения	179
9.4. Динамическая модель наведения	181
9.5. Краткое содержание главы	183
9.6. Опытнo-конструкторская разработка	183
Глава 10. Движение по прямой линии и круговой орбите	185
10.1. Движение по прямолинейной траектории	186
10.2. Движение по круговой орбите	192
10.3. Краткое содержание главы	194
10.4. Опытнo-конструкторская разработка	196
Глава 11. Система управления маршрутом	197
11.1. Переходы между путевыми точками	197
11.2. Траектории Дубинса	204
11.3. Краткое содержание главы	212
11.4. Опытнo-конструкторская разработка	214
Глава 12. Планирование траектории	216
12.1. Поточечные алгоритмы	217
12.2. Алгоритмы охвата	229
12.3. Краткое содержание главы	233
12.4. Опытнo-конструкторская разработка	235

Глава 13. Навигация с помощью видеосистемы	236
13.1. Система координат карданного подвеса, видеокамеры и проективная геометрия	237
13.2. Нацеливание карданного подвеса	239
13.3. Геолокация	241
13.4. Оценка движения цели в плоскости изображения	244
13.5. Время до столкновения	248
13.6. Точная посадка	250
13.7. Краткое содержание главы	254
13.8. Опытнo-конструкторская разработка	254
Приложение А. Терминология и обозначения	255
Приложение В. Кватернионы	263
В.1. Кватернион поворотов	263
В.2. Кинематика самолета и уравнения динамики	265
В.3. Переход от углов Эйлера к кватернионам	268
Приложение С. Анимация в Simulink	269
С.1. Дескрипты графики Matlab	269
С.2. Пример анимации: перевернутый маятник	270
С.3. Пример анимации летательного аппарата, использующего линии	273
С.4. Пример анимации летательного аппарата, использующего вершины и грани	277
Приложение D. Моделирование в Simulink с помощью S-функций	280
D.1. Пример: дифференциальное уравнение второго порядка.	280
Приложение Е. Параметры корпуса летательного аппарата.	286
Е.1. Летящее крыло Zagi	286
Е.2. БЛА «Аэрозонд»	287
Приложение F. Балансировка и линеаризация в Simulink	288
F.1. Использование команды trim в Simulink	288
F.2. Численные расчеты сбалансированного состояния	289
F.3. Использование команды linmod в Simulink для создания модели в пространстве состояний	293
F.4. Численные расчеты модели в пространстве состояний	295
Приложение G. Основные положения теории вероятности	296
Приложение H. Параметры датчика	298
H.1. Датчик угловой скорости	298
H.2. Акселерометры	298
H.3. Датчики давления	299
H.4. Цифровой компас/магнитометр	299
H.5. GPS.	299
Список литературы	300
Предметный указатель.	309

ПРЕДИСЛОВИЕ РЕДАКТОРА ПЕРЕВОДА

Развитие современных технологий в области аэродинамики, композитных материалов, инерциальных и спутниковых навигационных систем, достижения в области электроники, а также развитие робототехники и компьютерных технологий позволили выйти на качественно новый уровень в создании беспилотных авиационных систем (БАС). Беспилотные летательные аппараты как часть БАС уже нашли свое место в современной деятельности. Среди приоритетных направлений — оборона и спасательные операции, правоохранительная и природоохранная деятельность, научные исследования и экологический мониторинг. Все более актуальны освоение Арктики, работа по охране окружающей среды.

Беспилотные летающие роботы входят в аварийные ядерные реакторы, поднимаются в верхние слои атмосферы, спускаются в жерла вулканов, эффективно патрулируют сухопутные и морские рубежи. Иными словами, развитие технологий, новые возможности в области безопасности позволяют человеку все активнее отправлять беспилотные аппараты-роботы вместо себя в самые труднодоступные места.

Книга, перевод которой здесь представлен, заинтересовала редактора перевода прежде всего тем, что в ней обобщены, доходчиво раскрыты и широко представлены объемные знания в области создания беспилотных авиационных систем.

Раскрытие законов и алгоритмов управления беспилотными летательными аппаратами, процесс создания автопилота, построение полетных заданий составляют основные цели и задачи книги.

В этой книге подробно раскрываются знания, накопленные как в области системотехники, аэродинамики, систем управления автономными системами, так и в области программирования и робототехники, начиная с архитектуры беспилотной авиационной системы, динамики управления, проектирования и программирования автопилота, создания полетного задания, навигации с помощью оптоэлектронных устройств и заканчивая программированием в Simulink.

Необходимо отметить, что опыт, приобретенный ОАО «НПП «Радар ммс» в течение нескольких десятилетий, в том числе в области создания систем высокоточного оружия, разработки и программирования полетных заданий, был эффективно использован и в области опытно-конструкторских работ при создании беспилотных летательных аппаратов и комплексов как самолетного, так и вертолетного типов.

В ОАО «НПП «Радар ммс» в результате ряда опытно-конструкторских работ созданы беспилотные летательные аппараты самолетного типа «Стерх»,

«Авис» и размерный ряд беспилотных летательных аппаратов вертолетного типа взлетной массой от 5 до 500 кг. Все беспилотные системы разработаны с помощью 3D-проектирования с применением современных композитных материалов, оснащены современными автопилотами и программным обеспечением собственной разработки, а наземные станции управления, входящие в состав беспилотных комплексов, осуществляют подготовку полетных заданий, управление полезными нагрузками, такими как оптоэлектронные устройства с видео- и тепловизионными камерами, детекторы радиации, детекторы различных газов, системы доставки и сброса грузов различного назначения.

Книга может быть полезна как студентам, так и инженерам, работающим в области создания беспилотных летательных аппаратов.

Хотелось бы выразить благодарность сотрудникам ОАО «НПП «Радар ммс» О.К. Рыбакову, А.А. Саенко, К.С. Иванникову, В.М. Балашову за помощь при редактировании перевода данной книги.

*Генеральный директор –
генеральный конструктор ОАО «НПП «Радар ммс»,
к.т.н. Г.В. Анцев*

*Нашим семьям, Андреа,
Лоуран, Кэйтлин, Обрей, Кэлси Амбер,
Рэйган, Кэйтлин, Таб, Колби, Рори*

ПРЕДИСЛОВИЕ

Во всем мире беспилотные летательные аппараты (БЛА) играют все большую роль в оборонных программах и оборонной стратегии. Технологические достижения дали возможность развитию как крупных (например Global Hawk, Predator), так и малых беспилотных летательных аппаратов (например Wasp, Nighthawk) со все возрастающими возможностями. Как показали последние военные конфликты, для беспилотных летательных аппаратов существует множество военных областей применения, включая рекогносцировку местности, наблюдение, оценку повреждений в результате боя и ретрансляцию связи.

Гражданское и коммерческое применение беспилотных летательных аппаратов (БЛА) еще недостаточно хорошо развито, хотя область потенциального применения БЛА весьма обширна и включает в себя мониторинг окружающей среды (мониторинг загрязнений, наблюдение за погодой и решение научных задач), мониторинг лесных пожаров, обеспечение национальной безопасности, патрулирование границ, препятствование ввозу наркотиков, воздушную разведку и картографирование, а также контроль дорожного движения, точное земледелие, оказание помощи при стихийных бедствиях, специализированные сети связи, исследования в области сельского хозяйства и спасение пострадавших. Для обеспечения необходимого уровня решения многих из вышеуказанных задач требуются повышение надежности беспилотных авиационных комплексов (БАК), дальнейшее развитие потенциала БАК, БЛА, повышение простоты эксплуатации и снижение стоимости таких комплексов. Помимо этих технических и экономических проблем предстоит еще преодолеть административные проблемы интеграции беспилотных летательных средств в национальное и международное воздушное пространство.

Термин «*беспилотные авиационные комплексы*» (БАК) относится не только к самим летательным аппаратам, но также ко всему вспомогательному оборудованию, используемому в системе, включая датчики, микроконтроллеры, программное обеспечение, компьютеры наземных станций, пользовательские интерфейсы и аппаратные средства связи. В этой книге акцент делается на сами летательные аппараты и их управление, навигацию и подсистемы управления. Беспилотные летательные аппараты (БЛА) можно в целом разделить на две

категории: с неизменяемой геометрией крыла и винтокрылые летательные аппараты. Оба типа летательных аппаратов имеют отличительные особенности, которые затрудняют расчет их автономного поведения. В книге обращается внимание исключительно на летательные аппараты с неизменяемой геометрией крыла, которые можно в первом приближении разбить на категории по их размерам. В книге будет использоваться термин «*малые БЛА*» в отношении класса аппаратов с неизменяемой геометрией крыла с размахом крыльев от 5 до 10 футов (от 1,5 до 3 метров). Малые БЛА обычно работают на бензиновом двигателе и нуждаются во взлетно-посадочной полосе для взлета и посадки, хотя БЛА ScanEagle компании «Боинг», использующий катапульту для взлета и «крюк-подвес» для захвата и посадки, является заметным исключением. Малые БЛА обычно предназначены для выполнения полетов продолжительностью от 10 до 12 часов при грузоподъемности от приблизительно 10 до 50 фунтов (от 5 до 23 кг).

Термин «*миниатюрный БЛА*», в отношении которого будет использоваться сокращение мини-БЛА (МБЛА) и которое будет обозначать класс летательных аппаратов с неизменяемой геометрией крыла, размах крыльев которых не превышает 5 футов (1,5 м). Мини-БЛА (МБЛА) обычно работают на электрическом двигателе (аккумуляторах), запускаются с руки оператора, осуществляют посадку на фюзеляж и поэтому не нуждаются во взлетно-посадочной полосе. Они предназначены для работы (выполнения полета) в течение определенного периода времени от 20 минут до нескольких часов. Диапазон грузоподъемности составляет от нескольких унций до нескольких фунтов (от сотен грамм до нескольких килограмм). Малая грузоподъемность сильно ограничивает перечень датчиков и тип вычислительного устройства, которые могут быть установлены на борту мини-БЛА (МБЛА). Эти ограничения ставят перед разработчиками интересные проблемы по проектированию автономных режимов работы. В то время как большинство концепций, описанных в этой книге, применимы как к более крупным беспилотным летательным аппаратам, так и к еще более маленьким микро-БЛА, основное внимание в книге уделено проблемам, которые присущи управлению малыми БЛА и мини-БЛА с ограниченной грузоподъемностью.

Этот учебник был вдохновлен желанием создать для студентов магистратуры и аспирантов курс, который бы подготовил их к работе в области объединенного управления беспилотными летательными аппаратами. Большая часть студентов приходит с базовым образованием в области электротехники, компьютерной техники, машиностроения или информатики. Лишь немногие из них получают подготовку в области аэродинамики; студенты, получившие подготовку в области электроники и компьютерной техники, обычно не имеют подготовки по кинематике, динамике или механике жидких сред, однако большая часть студентов прошла подготовку по изучению управления в

технических системах, систем управления с обратной связью, робототехники и машинного зрения.

Существует большое количество учебников, посвященных динамике летательных аппаратов и их управлению; однако почти все из них предполагают наличие у студентов базовых знаний в области аэронавтики, но отсутствие представления об управлении с обратной связью. Поэтому такие учебники, как [1, 2, 3, 4, 5, 6] приводят описание аэродинамических сил без основополагающих идей механики жидких сред и аэронавтики. С другой стороны, они обычно включают подробное введение в принципы управления с обратной связью, такие как корневой годограф. Учебник [7] в большей степени соответствует тому, чему будут учить студентов, но акцент в этом учебнике делается на системы повышения устойчивости, в отличие от автономной работы. Автономная работа требует больше чем простой автопилот; она требует осуществлять автономные взлет и посадку, расчет траектории полета и последующее удержание этой траектории, которые объединены с процессами более высокого уровня принятия решений. Насколько известно, других учебников, которые бы охватывали вопросы моделей динамики летательных аппаратов, разработки автопилота (решающего задачи «низкого уровня» — low level), оценки состояния БЛА, а также расчета траектории полета (задачи «высокого уровня» — high level), в настоящее время нет. Возможно, что этот учебник восполнит этот пробел. Целевой аудиторией этого издания являются студенты, которые прошли подготовку в области электротехники, компьютерной техники, машиностроения и информатики и прослушавшие вводный курс по системам управления с обратной связью или робототехнике. Этот учебник будет также интересен для инженеров аэронавтики, которые заинтересованы во вводном курсе в автономные системы.

При написании этой книги планировалось изложить материал в 13 главах, каждая из которых охватывала бы три одночасовые лекции, так чтобы содержимое книги удобным образом укладывалась бы в курс из одного семестра. Несмотря на то, что некоторые главы оказались длиннее, чем первоначально планировалось, опыт подсказывает, что весь материал в этой книге может уложиться в один семестр. Дополнительный материал позволит обеспечить преподавателю некоторую степень свободы действий в освещении тех вопросов, которые они охватывают.

Одной из характерных особенностей этой книги является подключение опытно-конструкторских разработок. Курс рассчитан на постепенный переход от домашних заданий, которые можно выполнить с помощью карандаша и бумаги, к заданиям по компьютерному моделированию. Обнаружилось, что студенты в большей степени заинтересованы в изучении материала и стараются его лучше понять, когда они применяют определенные концепции в компьютерном моделировании.



В процессе изучения этого курса студенты разрабатывают комплексный имитатор полета, который имеет реалистичную динамику полета, модели датчиков, модель автопилота и расчет траектории полета. К концу обучения по этому курсу они уже могут приспособить каждый элемент мозаики и поэтому понимают, как все эти элементы складываются воедино. Кроме того, студенты уже понимают внутренние механизмы довольно сложного пакета моделирования полета, который может быть использован в их будущих исследовательских проектах.

Упражнения по проектированию первоначально были разработаны для использования языка программирования C/C++, требующего от студентов профессиональных навыков программирования. Порой это создавало нежелательные трудности как для преподавателя, так и для студентов. Впоследствии упражнения по проектированию поменялись так чтобы они выполнялись в среде программирования Matlab/Simulink. Это позволит студентам сфокусироваться более целенаправленно на ключевых аспектах, связанных с МБЛА, а не на деталях программирования. Приложения дают дополнительную информацию, описывающую основные инструменты Matlab/Simulink, которые будут использоваться при разработке модели МБЛА. Эта книга имеет также соответствующий веб-сайт, содержащий основные файлы моделирования, которые помогут читателю в осуществлении проекта.

ГЛАВА I

ВВЕДЕНИЕ

I.1. Архитектура системы

Цель этой книги — подготовить читателя к выполнению исследовательской работы в захватывающей и быстроразвивающейся области автономной навигации, наведения и управления беспилотными летательными аппаратами. Акцент делается на разработку алгоритмов программного обеспечения, требуемого для автономного и полуавтономного полета. Для работы в этой области исследователи должны быть знакомы с широким диапазоном вопросов, включая преобразование координат, аэродинамику, проектирование автопилота, оценку состояния, расчет траектории полета и машинное зрение. Это издание должно охватить все эти важные вопросы, фокусируя внимание в особенности на их применении в отношении малых и миниатюрных летательных аппаратов, которые в книге сокращенно обозначаются как МБЛА.

При разработке всех этих вопросов имелась в виду архитектура программного обеспечения, представленная на рис. 1.1. Блок на рис. 1.1, обозначенный как *беспилотный летательный аппарат*, представляет собой физический летательный аппарат с шестью степенями свободы (СС), который реагирует на команды сервопривода (руль высоты, элерон, руль направления и дроссельная заслонка), а также на ветер и прочие возмущения. Математические модели, требуемые для того, чтобы понять полет аппарата с неизменяемой геометрией крыла, достаточно сложные и описываются в гл. 2—5 и гл. 9. В частности, в гл. 2 приводится описание систем координат и их преобразований. Изучение систем координат необходимо, поскольку большинство параметров МБЛА приводятся в инерциальной системе координат (например при движении по кругу вокруг заданной точки), тогда как большинство измерений датчиков проводятся в системе координат, связанной с БЛА; исполнительные механизмы приводят в действие силы и моменты сил также в связанной с БЛА системе координат. В гл. 3 изложены кинематические и динамические уравнения движения абсолютно твердого тела. В гл. 4 приводится описание аэродинамических сил и моментов сил, которые действуют на летательный аппарат с неизменяемой геометрией крыла. Глава 5 начинается с объединения результатов гл. 3 и 4 в целях получения нелинейной динамической модели МБЛА с шестью степенями свободы и двенадцатью состояниями. При обеспечении точности, необходимой для целей моделирования, модель с шестью степенями

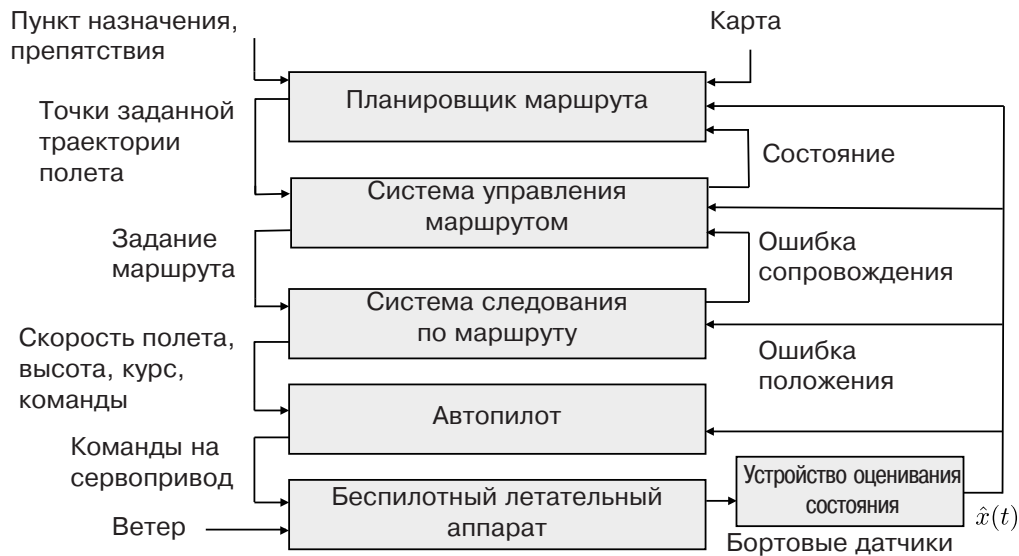


Рис. 1.1. Архитектура системы, которая будет использоваться на протяжении всей этой книги. Планировщик маршрута наносит прямую линию или траекторию Дубинса через поле препятствий. Система управления маршрутом переключается между режимами следования по дуге окружности и по прямой линии при совершении маневра между точками заданной траектории полета. Блок следования вдоль траектории полета дает команды автопилоту низкого уровня, которые контролируют положение корпуса летательного аппарата. Каждый блок при выработке решений полагается на оценки состояний, получаемых в результате фильтрации показаний бортовых датчиков

свободы оказывается достаточно сложной и громоздкой. Проектирование и анализ управления летательным аппаратом значительно проще осуществляются с помощью использования линейных моделей более низкого порядка. Линейные модели, которые описывают небольшие отклонения от равновесного состояния, получены в гл. 5, включая линейную функцию преобразования и модели пространственных состояний.

Блок, обозначенный на рис. 1.1 как *автопилот*, относится к алгоритмам управления низкого уровня, который поддерживает постоянными значения углов крена и тангажа, скорости полета, высоты и курсового направления полета. В гл. 6 описана стандартная методика последовательного замыкания контуров для проектирования законов управления автопилотом. Вложенные контуры управления поочередно замыкаются, при этом внутренние контуры поддерживают углы крена и тангажа, а внешние контуры поддерживают скорость полета, высоту и курс.

Автопилот и блоки управления полетом на больших высотах полагаются на точные оценки состояния, получаемые динамической фильтрацией показаний бортовых датчиков, которые включают акселерометры, датчики угловой скорости, датчики давления, магнитометры и приемники GPS. Описание этих датчиков и их математических моделей приводится в гл. 7. Поскольку измерить все состояния небольшого летательного аппарата с помощью стандартных

датчиков невозможно, важную роль играют оценки этих состояний. Описание нескольких методов оценки состояний, которые применимы для МБЛА, дано в гл. 8.

Полная модель динамики полета совместно с методом оценивания автопилота и состояния представляет собой многомерную, чрезвычайно сложную нелинейную систему уравнений. Полная модель системы слишком сложная, чтобы способствовать разработке высокоуровневых алгоритмов наведения. Поэтому в гл. 9 получены нелинейные уравнения низкого порядка, которые моделируют поведение системы с закрытым контуром управления. Эти модели используются в последующих главах при разработке алгоритмов наведения.

Одна из первостепенных проблем связана с полетом МБЛА при наличии ветра. Поскольку скорости полета находятся в интервале 20—40 миль/час, который типичен для МБЛА, а скорость ветра на нескольких сотнях футов над уровнем Земли (АВНП, AGL — Above Ground Level) почти всегда превышает 10 миль/час (18 км/час), то МБЛА должны быть способны эффективно маневрировать в воздушном потоке. Традиционные методы отслеживания траектории, используемые в робототехнике, для МБЛА работают недостаточно хорошо. Основным затруднением в использовании этих методов является требование быть в определенном месте в определенное время, которое не может надлежащим образом учитывать изменения скорости относительно Земли, вызванные неизвестными и меняющимися воздействиями ветра. Альтернативные методы выдерживания заданной траектории, которые просто поддерживают летательный аппарат на требуемой траектории, доказали свою эффективность во время летных испытаний. В гл. 10 приводится описание алгоритмов и методов, используемых для обеспечения возможностей блока *выдерживания заданной траектории*, представленного на рис. 1.1. В книге акцентируется внимание исключительно на траекториях в виде прямой линии и круговых орбитах или дугах окружностей. Все остальные используемые траектории полета могут быть составлены из этих первичных траекторий в виде прямой линии и окружности.

Блоку, обозначенному на рис. 1.1 как *менеджер маршрута*, соответствует конечный автомат, который преобразует последовательность точек маршрута (положений и направлений) в последовательности траекторий прямолинейных отрезков и дуг окружностей, по которым должен лететь МБЛА. Это позволяет упростить проблемы планирования траектории полета, так как *планировщик маршрута* создает последовательность либо прямолинейных отрезков маршрута, либо траекторий Дубинса, по которым должен маневрировать МБЛА, пролетая через поле препятствий. В гл. 11 приводится описание *менеджера маршрута*, а в гл. 12 — описание *планировщика маршрута*. Для планировщика маршрута в книге рассматриваются два класса проблем. Первый класс проблем обусловлен применением поточечных алгоритмов, для которых целью

является маневрирование из начального положения в конечную точку, избегая при этом набора препятствий. Второй класс проблем обусловлен алгоритмами поиска, целью которых является охват области, потенциально содержащий запретные зоны, с использованием для этого зоны охвата датчика.

Почти все области использования МБЛА требуют использования бортовой оптоэлектронной/инфракрасной видеокамеры. Типичной задачей камеры является обеспечение конечного пользователя визуальной информацией. Поскольку грузоподъемность МБЛА ограничена, все же имеет смысл использовать видеокамеру также для навигации, наведения и управления полетом. Эффективное использование информации видеокамеры в настоящее время является активной исследовательской задачей. В гл. 13 обсуждается несколько возможных вариантов использования видеокамер на МБЛА, включая геолокацию и посадку на основе видеосистемы. Геолокация использует последовательность изображений и данные бортовых датчиков для оценки мировых координат находящихся на Земле объектов. При посадке на основе видеосистемы используются видеоизображения, записанные МБЛА, чтобы навести его на цель, идентифицированную в плоскости изображения. Понимание этих проблем позволит проводить в будущем исследования в области наведения МБЛА с помощью видеосистемы.

В гл. 13 используется архитектура программного обеспечения, представленная на рис. 1.2, где блок, обозначенный как *планировщик маршрута*, заменен блоком *наведения с помощью видеосистемы*. Однако законы наведения

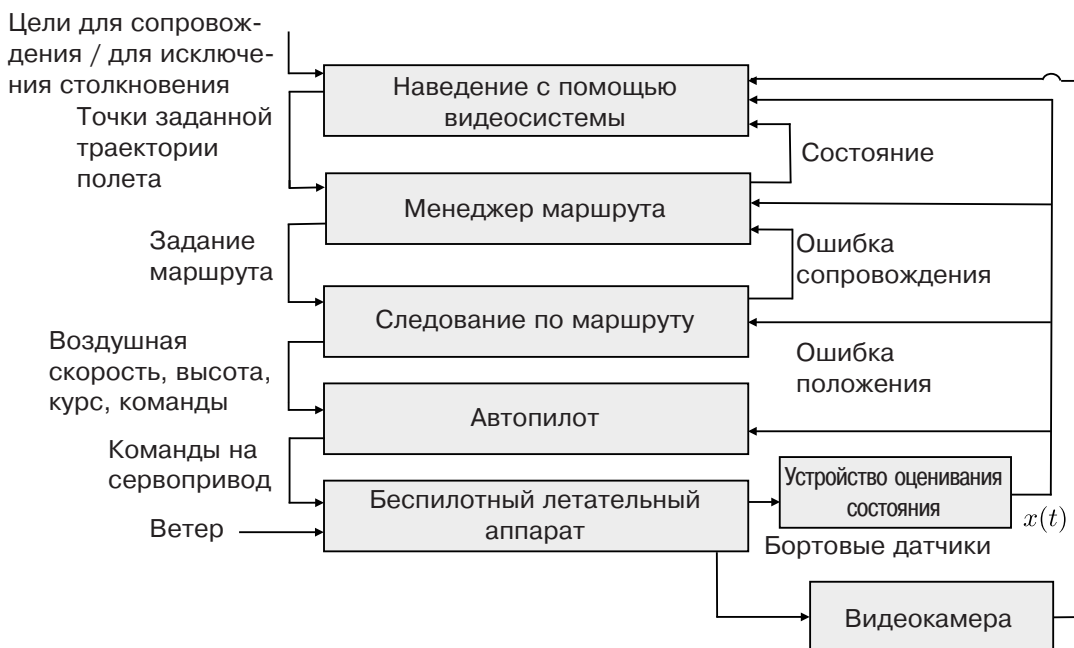


Рис. 1.2. Архитектура системы для навигации, наведения и управления полетом с помощью видеосистемы. Видеокамера добавлена как дополнительный датчик, а планировщик маршрута заменен блоком, обозначенным как наведение с помощью видеосистемы

с помощью видеосистемы взаимодействуют с архитектурой программного обеспечения так же, как в случае использования планировщика маршрута. Модульность представленной архитектуры является ее одной из самых привлекательных особенностей.

1.2. Модели проектирования

Принципы проектирования, которые соблюдаются на протяжении всей книги, схематически иллюстрируются на рис. 1.3. Беспилотный летательный аппарат, функционирующий в своей среде, обозначен на рис. 1.3 как «физическая система» и включает в себя приводы (для управления заслонками и воздушным винтом), а также датчики (инерционный измерительный модуль, GPS, камера и т.п.). Первый шаг в процессе проектирования состоит в моделировании физической системы, используя для этого нелинейные дифференциальные уравнения. Поскольку на этом шаге неизбежны приближения и упрощения, будем

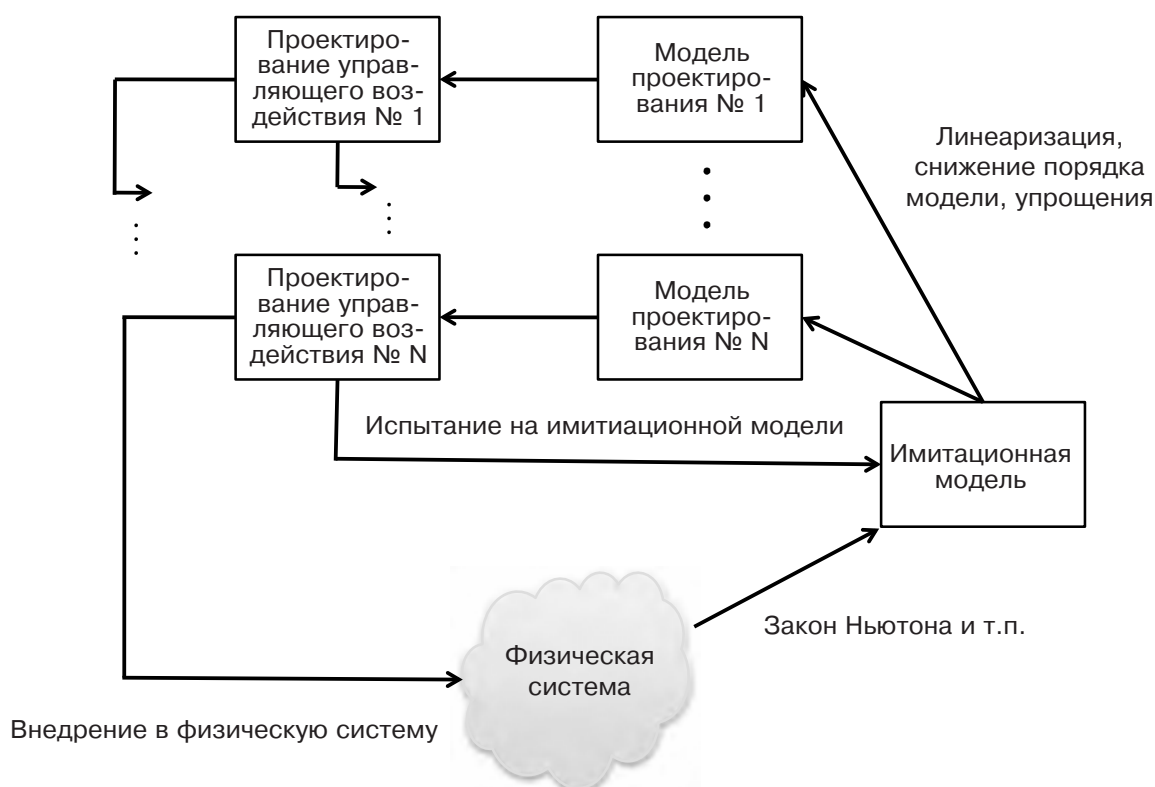


Рис. 1.3. Процесс проектирования. Используя принципы физики, физическая система моделируется математически, что дает имитационную модель. Имитационная модель упрощается, чтобы создать модели проектирования, которые используются для проектирования управляющего воздействия. Проектирование управляющего воздействия затем испытывается и отлаживается в имитационной модели и, в конце концов, внедряется в физическую систему

все же надеяться отразить в математической модели все важные характеристики физической системы. В этой книге модель физической системы включает в себя кинематику и динамику абсолютно твердого тела (гл. 3), аэродинамические силы и моменты (гл. 4), а также бортовые датчики (гл. 7). Результирующая модель получила название на рис. 1.3 «имитационная модель», и она будет использоваться для высокоточного компьютерного моделирования физической системы. Однако следует отметить, что имитационная модель является лишь приближением физической системы и только из-за того, что проектирование достаточно эффективно на имитационной модели, не нужно предполагать, что она будет надлежащим образом функционировать в физической системе.

Имитационная модель, как правило, нелинейная и высокого порядка и, кроме того, математически сложная для использования в проектировании управляющих воздействий. Поэтому для удобства процесса проектирования имитационная модель упрощается и, как правило, линеаризуется, чтобы создать модели проектирования низкого порядка. Для любой физической системы может быть множество моделей проектирования, каждая из которых отражает определенные аспекты процесса проектирования. Для МБЛА используются разнообразные модели как для низкоуровневого (low-level) управления полетом, так и для наведения аппарата на более высоком уровне. В гл. 5 разложено движение самолета на продольное (пикирование и набор высоты) и поперечное (крен и отклонения от курсового направления) движения и будем использовать различные модели проектирования для каждого типа движения. Линеарные модели проектирования, разработанные в гл. 5, будут использоваться в гл. 6 для разработки низкоуровневых контуров управления автопилотом, что позволяет регулировать воздушную скорость, высоту и курсовой угол аппарата. В гл. 8 продемонстрировано, как оценивать состояния, которые необходимы для контуров автопилота, используя для этого датчики, обычно используемые на малых и миниатюрных летательных аппаратах.

Математические уравнения, описывающие физические особенности системы, поведение низкоуровневого автопилота и процедуры для оценки состояния аппарата, при рассмотрении этих аспектов как единого целого очень сложны и не используются для проектирования процедур наведения на более высоком уровне. Поэтому в гл. 9 разработаны нелинейные модели проектирования, которые моделируют поведение системы при замкнутом контуре, когда на входе — заданные воздушная скорость, высота и курсовой угол, а на выходе — положение в инерциальной системе координат и направление летательного аппарата. Модели проектирования, разработанные в гл. 9, используются в гл. 10—13 для разработки стратегий наведения МБЛА.

Как показано на рис. 1.3, модели проектирования используются для проектирования систем наведения и управления полетом. Полученные конструкции

затем испытываются с помощью высокоточных имитационных моделей, которые иногда требуют, чтобы модели проектирования были изменены или усовершенствованы, если они не отражают существенных особенностей системы. После тщательного тестирования проектов с помощью имитационной модели они внедряются в физические системы и снова проходят стадию испытаний и отладку, что иногда приводит к изменениям имитационной модели в целях более точного соответствия физической системе.

1.3. Опытно-конструкторская разработка

В этом учебнике авторы решили заменить традиционные домашние задания, выполняемые с помощью карандаша и бумаги, на полную и достаточно обширную опытную-конструкторскую разработку. Опытно-конструкторская разработка является неотъемлемой частью этого учебника, и она сыграет значительную роль в оказании помощи читателю при усвоении представленного материала.

Опытно-конструкторская разработка включает в себя разработку имитатора полета МБЛА с поверхности Земли вверх. Имитатор полета создается с помощью ПО Matlab/Simulink, и специально разработанными заданиями так, чтобы не требовалось дополнительное ПО¹. Веб-сайт для этой книги содержит ряд различных файлов ПО Matlab и Simulink, которые помогут в разработке имитатора полета. Стратегия состоит в обеспечении базовыми файлами, которые передают нужную информацию между блоками, а также чтобы подтолкнуть к написанию работы для каждого модуля внутри системы. Этот проект создается сам по себе и требует успешного завершения каждой главы, прежде чем можно будет перейти к следующей главе. Чтобы дать понять, когда проект из каждой главы работает, в книгу включены графики и рисунки с веб-сайта, которые показывают выходные данные нашего имитатора на каждом этапе.

Задание на проектирование в гл. 2 состоит в разработке анимации летательного средства и в том, чтобы убедиться в правильности поворота корпуса летательного аппарата на экране. Обучающий курс в виде анимационной графики в Matlab приводится в приложении С. Задание в гл. 3 заключается в том, чтобы привести анимацию в действие, используя математическую модель абсолютно твердого тела в форме уравнений движения. В гл. 4 в имитационную модель добавляются силы и моменты сил, действующие на аппарат с неизменяемой формой крыла. Задание в гл. 5 состоит в применении команд ПО

¹ Авторы книги также читают курс с использованием общедоступного имитатора полета Aviones, который можно загрузить на сайте Sourceforge.net. Для тех, у кого нет доступа к ПО Matlab/Simulink и кто предпочитает разрабатывать проект в C/C++ может использовать Aviones.

Simulink trim и linmod, чтобы найти условия балансировки аппарата и вывести линейную передаточную функцию и модель в пространстве состояний системы МБЛА. Задание в гл. 6 — добавить блок автопилота, который использует действительные состояния для управления полетом летательного аппарата. В гл. 7 в имитатор добавляется модель датчиков, а в гл. 8 — схемы оценки состояний, для того чтобы оценивать состояния, необходимые для автопилота, используя доступные датчики. Результатом задания по проектированию в гл. 8 является система с закрытым контуром, которая регулирует воздушную скорость, высоту и курсовой угол, используя только доступную информацию датчика. Задание в гл. 9 состоит в аппроксимации поведения при закрытом контуре, используя простые модели проектирования, и в настройке параметров модели проектирования так, чтобы она в основном соответствовала поведению имитации полета с высокой степенью точности при закрытом контуре. Задание в гл. 10 состоит в разработке простых алгоритмов наведения для следования по прямым линиям и по круговым орбитам при наличии ветра. В гл. 11 следование по прямой линии и круговой орбите используется для синтеза более сложных траекторий с упором на следование по траекториям Дубинса. Задание в гл. 12 состоит во внедрении схемы планирования маршрута на основе алгоритма случайного дерева, чтобы планировать траектории Дубинса через поле препятствий. Задание по проектированию в гл. 13 заключается в нацеливании камеры на движущуюся наземную цель и оценке положения цели в инерциальной системе координат, используя для этого данные, полученные бортовыми датчиками (геолокация).

ГЛАВА 2

СИСТЕМЫ КООРДИНАТ

При изучении беспилотных летательных аппаратов важно понять, как различные тела ориентируются друг относительно друга. Очевидней всего, что нужно понять, как самолет ориентируется относительно Земли. Также необходимо знать, как датчик (например бортовая камера) ориентируется относительно самолета или как антенна ориентируется относительно наземного источника сигнала. В этой главе приводится описание различных систем координат, используемых для описания положения и ориентации самолета и его бортовых датчиков, а также преобразование из одной системы координат в другую. Пользоваться несколькими различными системами координат необходимо по следующим причинам:

- Уравнения движения Ньютона выведены относительно неподвижной инерциальной системы отсчета. Однако движение проще всего описывается в системе отсчета неподвижного тела или связанной системе.
- Аэродинамические силы и моменты, действующие на корпус самолета, также проще всего описываются в связанной системе отсчета.
- Бортовые датчики, такие как акселерометры и датчики угловой скорости, получают информацию относительно связанной системы координат. Альтернативно этому GPS определяет положение, скорость относительно Земли и курсовой угол относительной инерциальной системы координат.
- Большинство требований к полету, таких как точки патрулирования и траектории полета, задаются в инерциальной системе координат. Кроме того, информация на карте также дается в инерциальной системе отсчета.

Одна система координат преобразуется в другую с помощью двух базовых операций: поворота и сдвига. В разделе 2.1 приводятся описание матриц вращения и их использование в преобразовании систем координат. В разделе 2.2 описываются специфические системы координат, используемые для миниатюрных летательных систем. В разделе 2.3 дается определение воздушной скорости, скорости относительно Земли и скорости ветра, а также демонстрируем связь между этими величинами. Это приводит к более детальному описанию в разделе 2.4 навигационного треугольника скоростей. В разделе 2.5 выводится выражение для дифференцирования вектора во вращающейся и перемещающейся системе координат.

2.1. Матрицы вращения

Рассмотрим две системы координат, представленных на рис. 2.1. Вектор \mathbf{p} может быть выражен в системе координат \mathcal{F}^0 (заданной $(\mathbf{i}^0, \mathbf{j}^0, \mathbf{k}^0)$) и в системе координат \mathcal{F}^1 (заданной $(\mathbf{i}^1, \mathbf{j}^1, \mathbf{k}^1)$). В системе координат \mathcal{F}^0 имеем

$$\mathbf{p} = p_x^0 \mathbf{i}^0 + p_y^0 \mathbf{j}^0 + p_z^0 \mathbf{k}^0.$$

Альтернативно этому в системе отсчета \mathcal{F}^1 имеем

$$\mathbf{p} = p_x^1 \mathbf{i}^1 + p_y^1 \mathbf{j}^1 + p_z^1 \mathbf{k}^1.$$

Системы векторов $(\mathbf{i}^0, \mathbf{j}^0, \mathbf{k}^0)$ и $(\mathbf{i}^1, \mathbf{j}^1, \mathbf{k}^1)$ по отдельности взаимно перпендикулярны системе единичных базисных векторов.

Приравнивая оба эти выражения друг другу, получим

$$p_x^1 \mathbf{i}^1 + p_y^1 \mathbf{j}^1 + p_z^1 \mathbf{k}^1 = p_x^0 \mathbf{i}^0 + p_y^0 \mathbf{j}^0 + p_z^0 \mathbf{k}^0.$$

Взяв скалярное произведение обеих сторон с \mathbf{i}^1 , \mathbf{j}^1 и \mathbf{k}^1 соответственно и сформировав полученные результаты в матричном виде, получим

$$\mathbf{p}^1 \triangleq \begin{pmatrix} p_x^1 \\ p_y^1 \\ p_z^1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{i}^1 \cdot \mathbf{i}^0 & \mathbf{i}^1 \cdot \mathbf{j}^0 & \mathbf{i}^1 \cdot \mathbf{k}^0 \\ \mathbf{j}^1 \cdot \mathbf{i}^0 & \mathbf{j}^1 \cdot \mathbf{j}^0 & \mathbf{j}^1 \cdot \mathbf{k}^0 \\ \mathbf{k}^1 \cdot \mathbf{i}^0 & \mathbf{k}^1 \cdot \mathbf{j}^0 & \mathbf{k}^1 \cdot \mathbf{k}^0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p_x^0 \\ p_y^0 \\ p_z^0 \end{pmatrix}$$

Из геометрии на рис. 2.1 получим

$$\mathbf{p}^1 = \mathcal{R}_0^1 \mathbf{p}^0, \quad (2.1)$$

где

$$\mathcal{R}_0^1 \triangleq \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Символ \mathcal{R}_0^1 используется для обозначения поворота из системы координат \mathcal{F}^0 в систему координат \mathcal{F}^1 .

Продолжая аналогичным образом, поворот системы координат по часовой стрелке вокруг оси y дает

$$\mathcal{R}_0^1 \triangleq \begin{pmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{pmatrix},$$

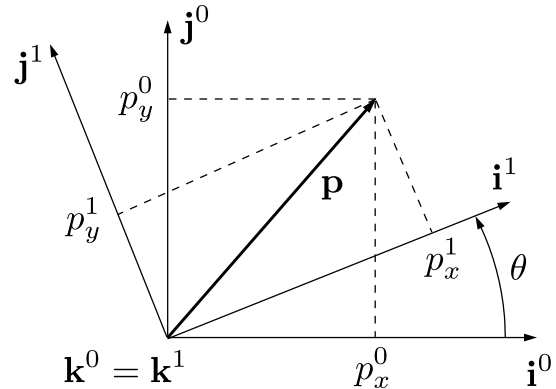


Рис. 2.1. Вращение в двумерном пространстве

и поворот по часовой стрелки системы координат вокруг оси x дает

$$\mathcal{R}_0^1 \triangleq \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & \sin \theta \\ 0 & -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}.$$

Как отмечалось в [7], отрицательный знак у синусов появляется над линией с одними нулями и единицами.

Матрица \mathcal{R}_0^1 в приведенных выше уравнениях является примером более общего класса *ортонормальных* матриц поворота, которые имеют следующие свойства:

P.1. $(\mathcal{R}_a^b)^{-1} = (\mathcal{R}_a^b)^T = \mathcal{R}_b^a,$

P.2. $\mathcal{R}_b^c \mathcal{R}_a^b = \mathcal{R}_a^c,$

P.3. $\det(\mathcal{R}_a^b) = 1,$

где $\det(\cdot)$ является детерминантом матрицы.

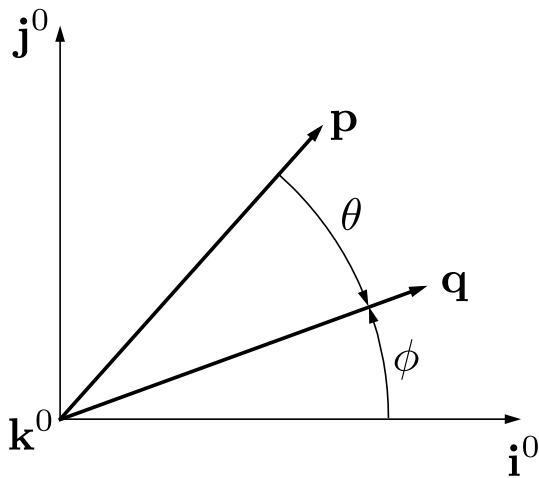


Рис. 2.2. Поворот \mathbf{p} вокруг оси \mathbf{k}^0

При выводе уравнения (2.1) следует отметить, что вектор \mathbf{p} остается постоянным и что новая система координат \mathcal{F}^1 была получена поворотом системы \mathcal{F}^0 по часовой стрелке на угол θ . Альтернативно этому матрицы вращений могут быть использованы для поворота вектора на заданный угол в неподвижной системе отсчета. В качестве примера рассмотрим поворот при вращении против часовой стрелки вектора \mathbf{p} в системе координат \mathcal{F}^0 вокруг оси \mathbf{k}^0 на угол θ , как это показано на рис. 2.2.

Предположив, что \mathbf{p} и \mathbf{q} находятся в плоскости $\mathbf{i}^0\text{-}\mathbf{j}^0$, можно записать компоненты \mathbf{p} и \mathbf{q} в виде

$$\mathbf{p} = \begin{pmatrix} p \cos(\theta + \phi) \\ p \sin(\theta + \phi) \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p \cos \theta \cos \phi - p \sin \theta \sin \phi \\ p \sin \theta \cos \phi - p \cos \theta \sin \phi \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.2)$$

и

$$\mathbf{q} = \begin{pmatrix} q \cos \phi \\ q \sin \phi \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (2.3)$$

где $p \triangleq |\mathbf{p}| = q \triangleq |\mathbf{q}|$.

Выражая уравнение (2.2) в терминах (2.3), получим

$$\mathbf{p} = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \mathbf{q} = (\mathcal{R}_0^1)^T \mathbf{q}$$

и

$$\mathbf{q} = \mathcal{R}_0^1 \mathbf{p}.$$

В этом случае матрица вращения \mathcal{R}_0^1 может быть интерпретирована как поворот против часовой стрелки вектора \mathbf{p} на угол θ на место нового вектора \mathbf{q} в той же системе координат. Заметьте, что поворот вектора по часовой стрелке (в этом случае из \mathbf{q} в \mathbf{p}) можно получить с помощью $(\mathcal{R}_0^1)^T$. Эта интерпретация отличается от нашего первоначального использования матрицы вращения для преобразования неподвижного вектора \mathbf{p} из его представления в системе координат \mathcal{F}^0 в его представление в системе координат \mathcal{F}^1 , где \mathcal{F}^1 была получена из \mathcal{F}^0 поворотом по часовой стрелке.

2.2. Системы координат МБЛА

Чтобы получить и понять динамическое поведение МБЛА, потребуется несколько систем координат. В этом разделе определены и описаны следующие системы координат: инерциальная система координат, система координат летательного аппарата, система координат летательного аппарата-1, система координат летательного аппарата-2, связанная система координат, полусвязанная система координат и скоростная система координат. Инерциальная система координат и система координат летательного аппарата связаны между собой сдвигом, тогда как остальные системы координат — поворотами. Углами, определяющими относительную ориентацию летательного аппарата для системы координат летательного аппарата-1, летательного аппарата-2 и связанной системы координат, являются угол крена, угол тангажа и угол рыскания, которые описывают высоту самолета. Эти углы общеизвестны как углы Эйлера. Углы поворота, которые определяют системы координат относительной ориентации тела, его устойчивость и скорость ветра, являются углом атаки и углом бокового увода. На протяжении всей книги предполагается, что Земля плоская и что она не вращающаяся, что вполне обоснованно для МБЛА.

2.2.1. Инерциальная система координат \mathcal{F}^1

Инерциальная система координат связана с Землей с началом отсчета в заданном исходном положении. Как показано на рис. 2.3, единичный вектор \mathbf{i}^i направлен на север, \mathbf{j}^i направлен на восток, а \mathbf{k}^i направлен к центру Земли

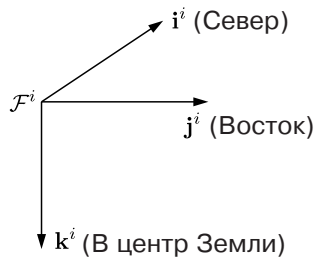


Рис. 2.3. Инерциальная система координат. Ось i^i указывает на север, ось j^i — на восток, а ось k^i нацелена в центр Земли

или вниз. Эту систему координат иногда называют системой отсчета север-восток-вниз по вертикали (СВВ). Обычно направление на север обозначают инерциальным x , на восток — инерциальным y , а направление вниз — инерциальным z .

2.2.2. Система координат летательного аппарата F^v

Начало отсчета этой системы координат находится в центре тяжести МБЛА. Однако оси системы F^v совпадают с осями инерциальной системы координат F^i . Другими словами, единичный вектор i^v направлен на север, j^v направлен на восток, а ось k^v направлена в центр Земли, как показано на рис. 2.4.



Рис. 2.4. Система координат летательного аппарата. Ось i^v нацелена на север, ось j^v — на восток, а ось k^v направлена к центру Земли

2.2.3. Система координат летательного аппарата F^{v1}

Начало отсчета системы координат летательного аппарата-1 идентично системе координат летательного аппарата: оно находится в центре тяжести самолета. Однако система F^{v1} повернута по часовой стрелке вокруг оси k^v на путевой угол (или угол рысканья) ψ . При отсутствии дополнительных поворотов ось i^{v1} направлена к носу самолета, ось j^{v1} — на правое крыло, а k^{v1} совпадает с k^v и направлена к Земле. Система координат летательного аппарата-1 показана на рис. 2.5.

Преобразование из F^v в F^{v1} дается выражением

$$\mathbf{p}^{v1} = \mathcal{R}_v^{v1}(\psi) \mathbf{p}^v,$$

где

$$\mathcal{R}_{v^1}^{v^0}(\psi) = \begin{pmatrix} \cos \psi & \sin \psi & 0 \\ -\sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

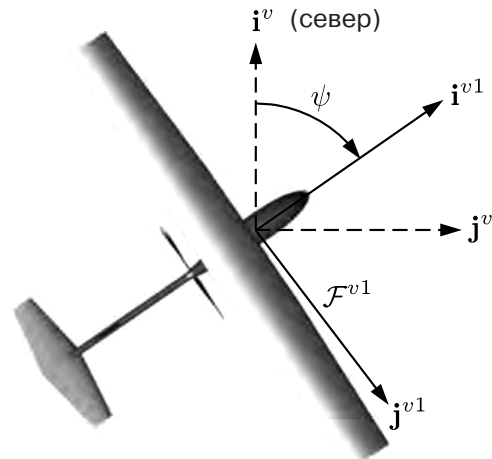


Рис. 2.5. Система координат летательного аппарата-1. Ось i^{v1} направлена в носовую часть самолета, ось j^{v1} нацелена на правое крыло, а ось k^{v1} направлена к центру Земли

2.2.4. Система координат летательного аппарата \mathcal{F}^{v2}

Начало отсчета системы координат-2 снова находится в центре тяжести летательного аппарата и получается поворотом системы координат летательного аппарата-1 по часовой стрелке вокруг оси j^{v1} на угол тангажа θ . Единичный вектор i^{v2} указывает на нос самолета, ось j^{v2} указывает на правое крыло, а ось k^{v2} указывает на фюзеляж самолета, как это показано на рис. 2.6.

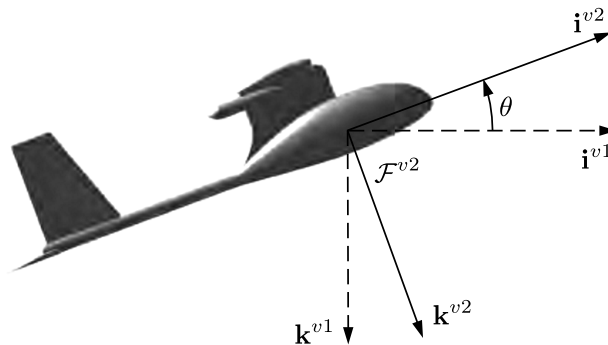


Рис. 2.6. Система координат летательного аппарата-2. Ось i^{v2} указывает на нос самолета, ось j^{v2} указывает на правое крыло, а ось k^{v2} указывает на фюзеляж

Преобразование из системы координат \mathcal{F}^{v1} в \mathcal{F}^{v2} дается выражением

$$\mathbf{p}^{v2} = \mathcal{R}_{v1}^{v2}(\theta) \mathbf{p}^{v1},$$

где

$$\mathcal{R}_{v1}^{v2}(\theta) = \begin{pmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{pmatrix}.$$

2.2.5. Связанная система координат \mathcal{F}^b

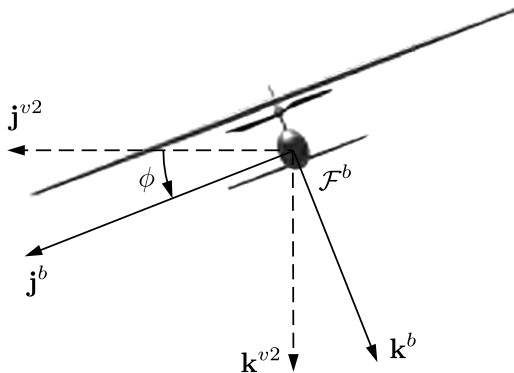


Рис. 2.7. Связанная система координат. Ось i^b направлена к носу самолета, ось j^b — на правое крыло, а ось k^b — к фюзеляжу

Связанная система координат получается поворотом системы координат летательного аппарата-2 по часовой стрелке вокруг оси i^{v2} на угол крена ϕ . Поэтому начало отсчета этой системы находится в центре тяжести; ось i^b направлена к носу самолета, ось j^b направлена на правое крыло, а ось k^b направлена на фюзеляж. Связанная система координат приведена на рис. 2.7. Направления, указываемые единичными векторами i^b , j^b и k^b , иногда называют направлениями тела x , y и z .

Преобразование системы координат

F^{v2} в систему координат F^b дается выражением

$$\mathbf{p}^b = \mathcal{R}_{v2}^b(\phi) \mathbf{p}^{v2},$$

где

$$\mathcal{R}_{v2}^b(\phi) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \end{pmatrix}.$$

Преобразование системы координат летательного аппарата в связанную систему координат задается выражением

$$\mathcal{R}_v^b(\phi, \theta, \psi) = \mathcal{R}_{v2}^b(\phi) \mathcal{R}_{v1}^{v2}(\theta) \mathcal{R}_v^{v1}(\psi) = \tag{2.4}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \psi & \sin \psi & 0 \\ -\sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} c_\theta c_\psi & c_\theta s_\psi & -s_\theta \\ s_\phi s_\theta c_\psi - c_\phi s_\psi & s_\phi s_\theta s_\psi + c_\phi c_\psi & s_\phi c_\theta \\ c_\phi s_\theta c_\psi - s_\phi s_\psi & c_\phi s_\theta s_\psi - s_\phi c_\psi & c_\phi c_\theta \end{pmatrix}, \tag{2.5}$$

где $c_\phi \triangleq \cos \phi$, а $s_\phi \triangleq \sin \phi$. Углы ϕ , θ и ψ обычно называют эйлеровыми углами. Углы Эйлера используются, т.к. они дают наглядные средние для представления ориентации тела в трехмерном пространстве. Последовательность поворотов ψ - θ - ϕ обычно используется для летательного аппарата и просто является одной из нескольких используемых систем углов Эйлера [8].

Физическая интерпретация углов Эйлера очевидна, и это способствует их широкому использованию. Представление в виде эйлеровых углов, однако,

Книги, які можуть вас зацікавити



Протидействие беспилотным летательным аппаратам. Книга ворога ворожою мовою



Борьба з ударними БПЛА іранського та російського виробництва «Shahed-136» («Герань-2») та «Ланцет-2». Методичні рекомендації загальновійськовим...



Выполнение огневых задач с беспилотным летательным аппаратом (БПЛА) типа квадрокоптер. Книга ворога ворожою мовою



Теорія і практика застосування безпілотних літальних апаратів (дронів)



Воєнна комп'ютерна інженерія: логіка та криптосистема



Ликвидатор. Откровения оператора боевого дрона

Перейти до галузі права
Військове право



[Перейти на сайт](#) →